

최상위 수학



정답과 풀이



*Light*라이트

1 삼각비

주제별
실력다지기

8~23쪽

- 01 ④ 02 ⑤ 03 ③
- 04 ①, ④ 05 ③ 06 $\frac{12}{5}$ 07 $\frac{15}{17}$
- 08 ① 09 1 10 $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ 11 $\frac{\sqrt{6}}{3}$
- 12 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 13 ② 14 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 15 3
- 16 $\frac{23}{17}$ 17 ⑤ 18 $\frac{8}{17}$ 19 ⑤
- 20 ③ 21 $5\sqrt{2}$ 22 ③
- 23 $\frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$ 24 12 25 ② 26 ②
- 27 ②, ④ 28 (1) 0 (2) 1 (3) 0 (4) -1 29 ②
- 30 ④ 31 $\frac{13}{4}$ 32 (1) 1 (2) 4 33 ④
- 34 ③ 35 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 36 1 37 ③
- 38 ④ 39 $6+2\sqrt{3}$ 40 $2\sqrt{6}$ 41 ②
- 42 $(6\sqrt{3}-6) \text{ cm}$ 43 ③
- 44 $6\sqrt{3} \text{ cm}$ 45 $(8+4\sqrt{6}) \text{ cm}$ 46 ②
- 47 $\frac{\sqrt{6}}{4}$ 48 $2-\sqrt{3}$ 49 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ 50 ③
- 51 ⑤ 52 ④ 53 ④ 54 ③
- 55 ⑤ 56 1.397 57 ③ 58 ③
- 59 ②, ⑤ 60 ②, ④ 61 ④, ⑤ 62 ①
- 63 ② 64 ② 65 0
- 66 $\tan A - \cos A$ 67 $y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$
- 68 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 69 ⑤ 70 $\frac{4}{5}$
- 71 $\frac{1}{2}$ 72 15 73 ③ 74 25°
- 75 0.4384 76 1.7315 77 113° 78 ③
- 79 6.691 80 10,136

01 ① $\cos A = \frac{b}{c}$ ② $\tan A = \frac{a}{b}$

③ $\sin B = \frac{b}{c}$ ④ $\cos B = \frac{a}{c}$

⑤ $\tan B = \frac{b}{a}$

따라서 $\sin A = \frac{a}{c}$ 이므로 값이 같은 것은 ④이다.02 $\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{6})^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} (\text{cm})$$

① $\sin A = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

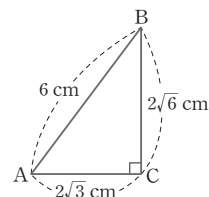
② $\sin B = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

③ $\cos A = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

④ $\cos B = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

⑤ $\tan B = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

03 $\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

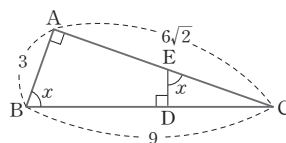
 $\triangle CDE$ 와 $\triangle CAB$ 에서 $\angle C$ 는 공통, $\angle CDE = \angle CAB = 90^\circ$ 이므로 $\triangle CDE \sim \triangle CAB$ (AA 닮음)

$$\therefore \angle B = \angle CED = x$$

$$\sin x = \sin B = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{6\sqrt{2}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos x = \cos B = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

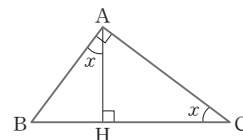
$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{2} \sin x + \cos x &= \sqrt{2} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

04 $\triangle ABC$ 와 $\triangle HBA$ 에서 $\angle B$ 는 공통, $\angle BAC = \angle BHA = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ (AA 닮음)

$$\therefore \angle C = \angle BAH = x$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \cos x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\triangle ABH \text{에서 } \cos x = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$$

따라서 $\cos x$ 와 값이 같은 것은 ①, ④이다.

다른 풀이

$$\angle x + \angle CAH = \angle BAH + \angle CAH = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAH = x$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \cos x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\triangle ABH \text{에서 } \cos x = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$$

05 $\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

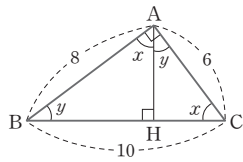
$$\angle BCA = 90^\circ - \angle ABC = \angle BAH = x,$$

$$\angle CBA = 90^\circ - \angle ACB = \angle CAH = y \text{ 이므로}$$

$$\sin x + \sin y = \sin C + \sin B$$

$$= \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} + \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$= \frac{8}{10} + \frac{6}{10} = \frac{7}{5}$$



06 $\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

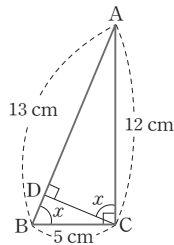
$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BC}^2}$$

$$= \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)}$$

$$\angle ABC = 90^\circ - \angle BAC$$

$$= \angle ACD = x \text{ 이므로}$$

$$\tan x = \tan B = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{12}{5}$$



07 $\triangle BCD$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{BD}^2 - \overline{DC}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$$

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$$

$$\therefore \cos x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{15}{17}$$

08 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 90^\circ$ 이므로

피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2}$$

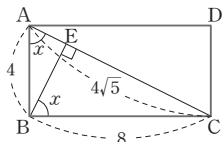
$$= \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$\angle CAB = 90^\circ - \angle ACB = \angle CBE = x \text{ 이므로}$$

$$\sin x = \sin(\angle CAB) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos x = \cos(\angle CAB) = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{4}{4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore \sin x - \cos x = \frac{2\sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$



09 오른쪽 그림에서 $x + y = 90^\circ$

이므로

$$\angle BDE = \angle EAD = x,$$

$$\angle EBD = \angle ADE$$

$$= \angle CAD = y$$

이때 $\triangle ABD \sim \triangle ADE$ (AA 닮음)이므로

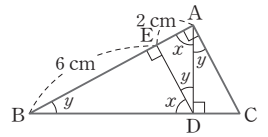
$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{AE}, 8 : \overline{AD} = \overline{AD} : 2$$

$$\overline{AD}^2 = 16 \quad \therefore \overline{AD} = 4 \text{ cm } (\because \overline{AD} > 0)$$

$\triangle ABD$ 에서

$$\sin y = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \cos x = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \sin y + \cos x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$



다른 풀이

$$\angle ADE = 90^\circ - x = y$$

$\triangle ABD$ 에서

$$\overline{AD}^2 = \overline{AE} \times \overline{AB} = 2 \times 8 = 16$$

$$\therefore \overline{AD} = 4 \text{ cm } (\because \overline{AD} > 0)$$

$\triangle ADE$ 에서

$$\sin y = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \sin y + \cos x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

10 오른쪽 그림에서

$$\overline{CE} = \overline{AE} = 3 \text{ cm},$$

$$\angle AEF = \angle CEF$$

$$= x \text{ (접은 각)}$$

$$\angle EFC = \angle FEA$$

$$= x \text{ (엇각)}$$

즉, $\triangle CEF$ 는 $\overline{CE} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이다.

$\triangle CDE$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{DE} = \sqrt{\overline{CE}^2 - \overline{CD}^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5} \text{ (cm)} \text{ 이고}$$

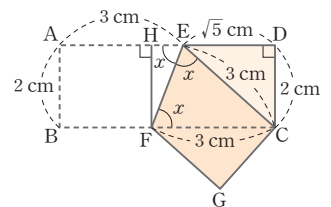
점 F에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{DH} = \overline{CF} = 3 \text{ cm} \text{ 이므로}$$

$$\overline{EH} = \overline{DH} - \overline{DE} = 3 - \sqrt{5} \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle EHF$ 에서

$$\tan x = \frac{\overline{HF}}{\overline{EH}} = \frac{2}{3 - \sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$



11 $\triangle EFG$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{EG} = \sqrt{\overline{EF}^2 + \overline{FG}^2}$$

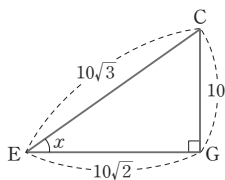
$$= \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

△CEG에서

$$\angle EGC = 90^\circ, \overline{CG} = 10, \overline{EG} = 10\sqrt{2}$$

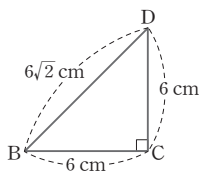
이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned}\overline{CE} &= \sqrt{\overline{CG}^2 + \overline{EG}^2} \\ &= \sqrt{10^2 + (10\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{300} = 10\sqrt{3} \\ \therefore \cos x &= \frac{\overline{EG}}{\overline{EC}} = \frac{10\sqrt{2}}{10\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}\end{aligned}$$



12 △BCD에서 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CD}^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 6^2} \\ &= \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}\end{aligned}$$

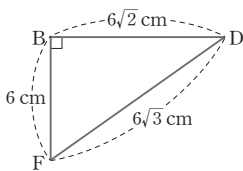


△BFD에서

$$\angle DBF = 90^\circ, \overline{BF} = 6 \text{ cm}, \overline{BD} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned}\overline{DF} &= \sqrt{\overline{BF}^2 + \overline{BD}^2} \\ &= \sqrt{6^2 + (6\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}\end{aligned}$$

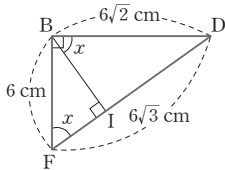


또, $\angle DBF = 90^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned}\angle DFB &= 90^\circ - \angle FBI \\ &= \angle DBI = x\end{aligned}$$

따라서 △BFD에서

$$\sin x = \frac{\overline{BD}}{\overline{DF}} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



13 △HFG에서 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned}\overline{HF} &= \sqrt{\overline{HG}^2 + \overline{FG}^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

△BFH에서 $\overline{BF} = \overline{FH} = 5 \text{ cm}$ 이고

$\angle BFH = 90^\circ$ 이므로 피타고라스 정리에 의해

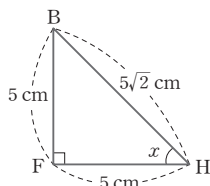
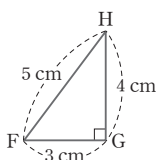
$$\begin{aligned}\overline{BH} &= \sqrt{\overline{BF}^2 + \overline{FH}^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}\end{aligned}$$

△BFH에서

$$\tan x = \frac{\overline{BF}}{\overline{HF}} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\sin x = \frac{\overline{BF}}{\overline{BH}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \frac{\sin x}{\tan x} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



14 $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 1$ 이고 △ABM은 $\angle AMB = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AM} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BM}^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \text{ 이고, } \overline{MN} = 2$$

△AMN은 $\overline{AM} = \overline{AN}$ 인 이등변삼각형

이므로 오른쪽 그림과 같이 점 A에서

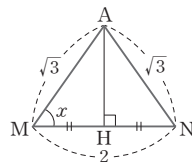
$\overline{MN}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{MH} = \frac{1}{2}\overline{MN} = 1$$

△AMH에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AM}^2 - \overline{MH}^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \sin x = \frac{\overline{AH}}{\overline{AM}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



15 $\overline{AM}$ 은 정삼각형 ABC의 높이이므로

△ABM은 $\angle AMB = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, 피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AM} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BM}^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{DM} = \overline{AM} = 3\sqrt{3}$$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 △BCD

에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는

△BCD의 무게중심으로

$$\overline{DH} : \overline{HM} = 2 : 1$$

$$\therefore \overline{MH} = \frac{1}{3}\overline{DM} = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

△AMH에서

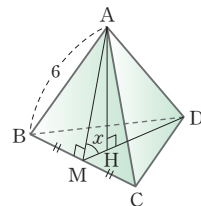
$\overline{AM} = 3\sqrt{3}$, $\overline{MH} = \sqrt{3}$ 이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \sqrt{\overline{AM}^2 - \overline{MH}^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{24} = 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\sin x = \frac{\overline{AH}}{\overline{AM}} = \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan x = \frac{\overline{AH}}{\overline{MH}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\tan x}{\sin x} &= \tan x \div \sin x = 2\sqrt{2} \div \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ &= 2\sqrt{2} \times \frac{3}{2\sqrt{2}} = 3\end{aligned}$$



16 $\angle A = 90^\circ$, $\tan B = \frac{15}{8}$ 이므로 오른쪽

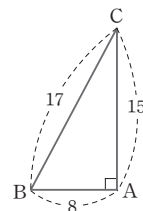
그림과 같이 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 15$ 인 직각삼각형

ABC를 생각할 수 있다.

△ABC에서 피타고라스 정리에 의해

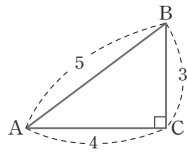
$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$$

$$\therefore \sin B + \cos B = \frac{15}{17} + \frac{8}{17} = \frac{23}{17}$$



17 $5 \cos A - 4 = 0$ 에서 $\cos A = \frac{4}{5}$

오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 이고
 $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 4$ 인 직각삼각형 ABC를
 생각할 수 있다.



$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$$

따라서 $\sin A = \frac{3}{5}$, $\tan B = \frac{4}{3}$ 이므로

$$\frac{\sin A}{\tan B} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$$

18 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서

$15 \sin A = 8 \cos A$ 는

$$\sin A : \cos A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} : \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \overline{BC} : \overline{AB} = 8 : 15 \text{이므로}$$

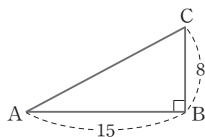
오른쪽 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$,

$\overline{AB} = 15$, $\overline{BC} = 8$ 인 직각삼각형 ABC

에서 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{15^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{289} = 17 \end{aligned}$$

$$\therefore \cos(90^\circ - A) = \cos C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{8}{17}$$

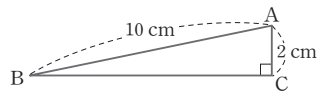


19 $\sin B = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$
 $= \frac{2}{\overline{AB}} = \frac{1}{5}$

이므로 $\overline{AB} = 10$ cm

따라서 $\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{10^2 - 2^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6} \text{ (cm)}$$



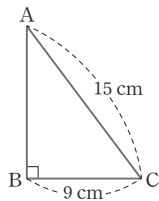
20 $\cos C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{9}{\overline{AC}} = \frac{3}{5}$ 이므로

$$\overline{AC} = 15 \text{ cm}$$

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} \\ &= \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

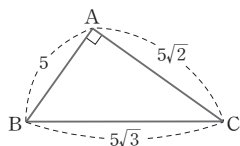
$$\begin{aligned} \therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} \\ &= 12 + 9 + 15 \\ &= 36 \text{ (cm)} \end{aligned}$$



21 $\tan B = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC}}{5} = \sqrt{2}$

이므로 $\overline{AC} = 5\sqrt{2}$

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해



$$\begin{aligned} \overline{BC} &= \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{BC} \times \cos C = 5\sqrt{3} \times \frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} = 5\sqrt{2}$$

22 $\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{26} = \frac{5}{13}$

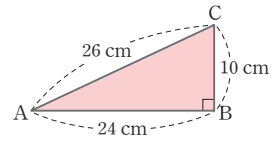
이므로 $\overline{BC} = 10$ cm

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에

의해

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 24 \times 10 = 120 \text{ (cm}^2\text{)}$$



23 $\cos A = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AC}}{10} = \frac{1}{2}$

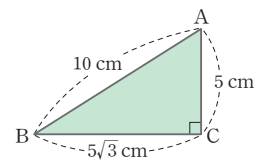
이므로 $\overline{AC} = 5$ cm

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에

의해

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 5 = \frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$



24 $\tan x = \frac{3}{4}$ 이므로 오른쪽 그림

과 같이

$\overline{AC} = 3a$, $\overline{BC} = 4a$ 라 하면

$$\tan y = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} = \frac{3a}{4a - 10} \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

또, $\cos y = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 이므로 $\triangle ADC$ 에서

$\overline{AD} = 5$, $\overline{CD} = \sqrt{5}$ 라 하면 피타고라스 정리에

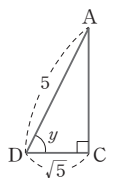
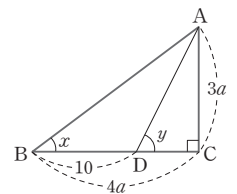
$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{DC}^2} = \sqrt{5^2 - (\sqrt{5})^2} \\ &= \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\tan y = \frac{\overline{CA}}{\overline{DC}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서

$$\frac{3a}{4a - 10} = 2, \quad 3a = 8a - 20, \quad 5a = 20 \quad \therefore a = 4$$

$$\therefore \overline{AC} = 3a = 12$$



25 $\sin 45^\circ \times \cos 45^\circ - \tan 60^\circ \times \cos 30^\circ$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

$$\begin{aligned}
 26 \quad & \sqrt{3} \cos 30^\circ - \frac{\sqrt{3} \sin 60^\circ \times \tan 45^\circ}{\sqrt{3} \tan 30^\circ} \\
 &= \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1}{\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}} \\
 &= \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 27 \quad & ① \sin 45^\circ \times \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \\
 & ② \tan 30^\circ \div \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \\
 & ③ \sin 30^\circ \times \tan 60^\circ + \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \\
 & ④ \cos 30^\circ \times \sin 30^\circ - \tan 45^\circ \times \sin 45^\circ \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} - 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{4} \\
 & ⑤ \cos 60^\circ \div \sin 30^\circ + \tan 60^\circ \times \tan 30^\circ \\
 &= \frac{1}{2} \div \frac{1}{2} + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 1 + 1 = 2
 \end{aligned}$$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

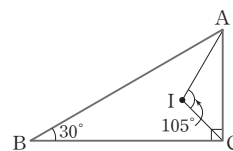
$$\begin{aligned}
 28 \quad & (1) \sin 0^\circ + \cos 90^\circ = 0 + 0 = 0 \\
 & (2) \cos 0^\circ - \tan 0^\circ = 1 - 0 = 1 \\
 & (3) \sin 90^\circ \times \cos 90^\circ = 1 \times 0 = 0 \\
 & (4) (\tan 0^\circ - \cos 0^\circ) \times \sin 90^\circ = (0 - 1) \times 1 = -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 29 \quad & ① \sin 45^\circ - \sin 90^\circ \times \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\
 & ② \tan 45^\circ \times \cos 90^\circ + \tan 30^\circ \div \tan 60^\circ \\
 &= 1 \times 0 + \frac{\sqrt{3}}{3} \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \\
 & ③ \sin 30^\circ \times \cos 60^\circ - \sin 45^\circ \times \cos 45^\circ \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{4} - \frac{2}{4} = -\frac{1}{4} \\
 & ④ \cos 0^\circ \times \sin 90^\circ - \tan 0^\circ \times \sin 90^\circ \\
 &= 1 \times 1 - 0 \times 1 = 1 \\
 & ⑤ \sin 45^\circ \times \tan 45^\circ + \cos 60^\circ \times \tan 60^\circ \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

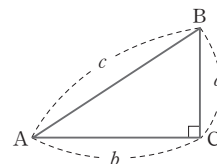
$$\begin{aligned}
 30 \quad & \text{세 내각 중 크기가 가장 작은 각이 } A \text{ 이므로} \\
 & A = \frac{1}{1+2+3} \times 180^\circ = 30^\circ \\
 & \therefore \frac{\cos A \times \tan A}{\sin A} = \frac{\cos 30^\circ \times \tan 30^\circ}{\sin 30^\circ} \\
 &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 31 \quad & \text{오른쪽 그림에서 점 } I \text{가} \\
 & \triangle ABC \text{의 내심이므로} \\
 & \angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle B = 105^\circ \\
 & \therefore \angle B = 30^\circ \\
 & \text{이때 } \angle BAC = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) \\
 &= 60^\circ \text{ 이므로}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \sin^2 A - \cos A + \tan^2 A &= \sin^2 60^\circ - \cos 60^\circ + \tan^2 60^\circ \\
 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + (\sqrt{3})^2 = \frac{13}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 32 \quad & (1) \text{오른쪽 그림과 같은 } \triangle ABC \\
 & \text{에서 } \angle B = 90^\circ - \angle A \text{ 이므로} \\
 & \sin A = \frac{a}{c}, \\
 & \sin(90^\circ - A) = \sin B = \frac{b}{c}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \therefore \sin^2 A + \sin^2(90^\circ - A) &= \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 \\
 &= \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (1) \text{에서 } \sin^2 A + \sin^2(90^\circ - A) = 1 \text{ 이므로} \\
 & \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \cdots + \sin^2 80^\circ \\
 &= (\sin^2 10^\circ + \sin^2 80^\circ) + (\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ) \\
 &\quad + (\sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ) + (\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ) \\
 &= 1 + 1 + 1 + 1 = 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 33 \quad & \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로} \\
 & x = 60^\circ, y = 45^\circ \quad \therefore x + y = 105^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 34 \quad & \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 이므로} \\
 & x = 60^\circ, y = 30^\circ
 \end{aligned}$$

$$\therefore \cos(x - y) = \cos(60^\circ - 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned}
 35 \quad & \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \text{ 이므로} \\
 & 2x + 30^\circ = 60^\circ, 2x = 30^\circ \quad \therefore x = 15^\circ \\
 & \therefore \sin 4x = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 36 \quad & \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이므로} \\
 & 3x - 45^\circ = 30^\circ, 3x = 75^\circ \quad \therefore x = 25^\circ \\
 & \therefore \tan(x + 20^\circ) = \tan 45^\circ = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 37 \quad & \tan 60^\circ = \sqrt{3} \text{ 이므로} \\
 & 4x - 20^\circ = 60^\circ, 4x = 80^\circ \quad \therefore x = 20^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \sin 3x - \cos(x + 10^\circ) &= \sin 60^\circ - \cos 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0\end{aligned}$$

38 $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변에 각각 2를 곱하면

$$2x^2 - 5x + 2 = 0, (2x - 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

그런데 $0^\circ < a < 90^\circ$ 일 때, $0 < \cos a < 1$ 이므로

$$\cos a = \frac{1}{2} \text{에서 } a = 60^\circ$$

39 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABH$ 에

서 $\sin B = \sin 45^\circ$ 이므로

$$\frac{\overline{AH}}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{AH} = 6$$

$\cos B = \cos 45^\circ$ 이므로

$$\frac{\overline{BH}}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{BH} = 6$$

또, $\triangle ACH$ 에서 $\tan C = \tan 60^\circ$ 이므로

$$\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}} = \sqrt{3}, \frac{6}{\overline{CH}} = \sqrt{3} \quad \therefore \overline{CH} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 6 + 2\sqrt{3}$$

다른 풀이

$\triangle ABH$ 에서

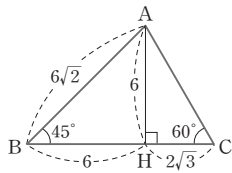
$$\overline{AH} : \overline{BH} : \overline{AB} = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

이므로 $\overline{AH} = \overline{BH} = 6$

$\triangle ACH$ 에서 $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$ 이므로

$$\overline{CH} : 6 = 1 : \sqrt{3}, \overline{CH} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 6 + 2\sqrt{3}$$



40 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABH$ 에

서 $\sin B = \sin 45^\circ$ 이므로

$$\frac{\overline{AH}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{AH} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$\triangle AHC$ 에서

$\sin C = \sin 60^\circ$ 이므로

$$\frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{6\sqrt{2}}{y} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore y = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{6}$$

$$\tan C = \tan 60^\circ \text{이므로 } \frac{\overline{AH}}{\overline{CH}} = \frac{6\sqrt{2}}{x} = \sqrt{3}$$

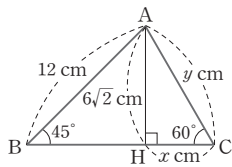
$$\therefore x = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore y - x = 4\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

다른 풀이

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{2} \text{이므로}$$



$$\overline{AH} : 12 = 1 : \sqrt{2}, \overline{AH} = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$\triangle AHC$ 에서

$$\overline{HC} : \overline{AH} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{3} : 2 \text{이므로 } x : 6\sqrt{2} = 1 : \sqrt{3}$$

$$\therefore x = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$$

$$2\sqrt{6} : y = 1 : 2 \quad \therefore y = 4\sqrt{6}$$

$$\therefore y - x = 4\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

41 오른쪽 그림에서 $\overline{AD} = x$ cm

라 하면 $\triangle ABD$ 에서

$\tan B = \tan 60^\circ$ 이므로

$$\frac{x}{\overline{BD}} = \sqrt{3} \quad \therefore \overline{BD} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \text{ cm}$$

$\triangle ACD$ 에서 $\angle CAD = 45^\circ$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{AD} = x \text{ cm}$$

또, $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD}$ 이므로

$$4 = \frac{\sqrt{3}}{3}x + x, \frac{3 + \sqrt{3}}{3}x = 4$$

$$\therefore x = \frac{12}{3 + \sqrt{3}} = 2(3 - \sqrt{3})$$

따라서 $\overline{CD}$ 의 길이는 $2(3 - \sqrt{3})$ cm이다.

다른 풀이

$\overline{AD} = \overline{CD} = x$ cm라 하면

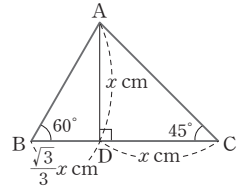
$\triangle ABD$ 에서 $\angle B = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{BD} : x = 1 : \sqrt{3} \quad \therefore \overline{BD} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \text{ cm}$$

또, $\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD}$ 이므로

$$4 = \frac{\sqrt{3}}{3}x + x \text{에서 } x = 2(3 - \sqrt{3})$$

따라서 $\overline{CD}$ 의 길이는 $2(3 - \sqrt{3})$ cm이다.



42 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$

에서 $\tan B = \tan 30^\circ$ 이므로

$$\frac{6}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \overline{BC} = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$\triangle ADC$ 에서 $\tan(\angle ADC) = \tan 45^\circ$ 이므로

$$\frac{6}{\overline{DC}} = 1 \quad \therefore \overline{DC} = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{BC} - \overline{DC} = 6\sqrt{3} - 6 \text{ (cm)}$$

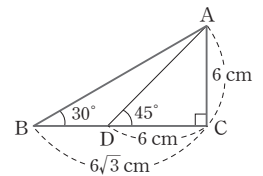
다른 풀이

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 30^\circ$ 이므로

$$\overline{BC} : 6 = \sqrt{3} : 1 \quad \therefore \overline{BC} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

또, $\triangle ADC$ 에서 $\overline{DC} = \overline{AC} = 6$ cm

$$\therefore \overline{BD} = \overline{BC} - \overline{DC} = 6\sqrt{3} - 6 \text{ (cm)}$$



43 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$

에서 $\sin C = \sin 30^\circ$ 이므로

$$\frac{\overline{AB}}{8} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AB} = 4 \text{ cm}$$

또, $\cos C = \cos 30^\circ$ 이므로

$$\frac{\overline{BC}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{BC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

이때 $\overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$ 이므로

$\triangle ABD$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AD} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2} = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \text{ (cm)}$$

다른 풀이

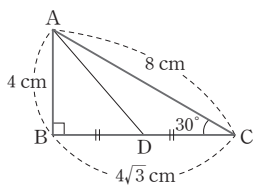
$\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 1 : \sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{AB} = 4 \text{ cm}, \overline{BC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

즉, $\overline{BD} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ 이므로 $\triangle ABD$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AD} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2} = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7} \text{ (cm)}$$



44 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$

에서 $\sin B = \sin 30^\circ$ 이므로

$$\frac{9}{\overline{AB}} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AB} = 18 \text{ cm}$$

$\tan B = \tan 30^\circ$ 이므로

$$\frac{9}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \therefore \overline{BC} = \frac{27}{\sqrt{3}} = 9\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

각의 이등분선의 성질에 의해

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} \text{이므로}$$

$$18 : 9 = \overline{BD} : \overline{CD} \quad \therefore \overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 1$$

$$\therefore \overline{BD} = \frac{2}{2+1} \times \overline{BC} = \frac{2}{3} \times 9\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

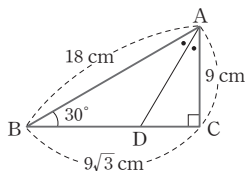
다른 풀이

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 60^\circ$ 이고 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이므로 $\angle DAC = \angle BAD = 30^\circ$

$\triangle ADC$ 에서 $\cos 30^\circ = \frac{9}{\overline{AD}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로

$$\overline{AD} = \frac{18}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

이때 $\triangle ABD$ 는 $\angle DBA = \angle DAB = 30^\circ$ 인 이등변삼각형이므로 $\overline{BD} = \overline{AD} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$

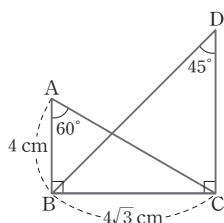


45 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에

서 $\cos A = \cos 60^\circ$ 이므로

$$\frac{4}{\overline{AC}} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AC} = 8 \text{ cm}$$

또, $\tan A = \tan 60^\circ$ 이므로



$$\frac{\overline{BC}}{4} = \sqrt{3} \quad \therefore \overline{BC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\triangle BCD$ 에서 $\sin D = \sin 45^\circ$ 이므로

$$\frac{4\sqrt{3}}{\overline{BD}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{BD} = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AC} + \overline{BD} = 8 + 4\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

46 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서

$\cos A = \cos 30^\circ$ 이므로

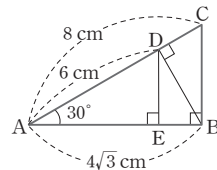
$$\frac{\overline{AB}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AB} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\triangle ABD$ 에서 $\cos A = \cos 30^\circ$ 이므로

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AD}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AD} = 6 \text{ cm}$$

$\triangle AED$ 에서 $\sin A = \sin 30^\circ$ 이므로

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{DE}}{6} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{DE} = 3 \text{ cm}$$



47 $\triangle CFG$ 에서

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{\overline{CF}} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{CF} = 2$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\overline{CG}}{1} = \sqrt{3} \quad \therefore \overline{CG} = \sqrt{3}$$

$\triangle AEF$ 에서 $\overline{AE} = \overline{CG} = \sqrt{3}$

$$\tan 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{\overline{EF}} = 1 \quad \therefore \overline{EF} = \sqrt{3}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{\overline{AF}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{AF} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$$

또, $\triangle ABC$ 에서

$\overline{AB} = \overline{EF} = \sqrt{3}$, $\overline{BC} = \overline{FG} = 1$ 이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$$

이때 $\triangle AFC$ 는 $\overline{CA} = \overline{CF} = 2$ 인 이등변

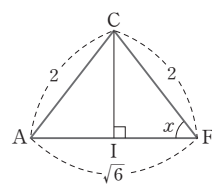
삼각형이므로 오른쪽 그림과 같이 점 C

에서 $\overline{AF}$ 에 내린 수선의 발을 I라 하면

$$\overline{IF} = \frac{1}{2} \overline{AF} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

따라서 $\triangle CIF$ 에서

$$\cos x = \frac{\overline{IF}}{\overline{CF}} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \div 2 = \frac{\sqrt{6}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$



48 오른쪽 그림과 같은

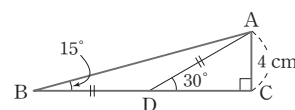
$\triangle ADC$ 에서

$$\sin(\angle ADC) = \sin 30^\circ$$

$$\text{이므로 } \frac{4}{\overline{AD}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{AD} = 8 \text{ cm}$$

$$\tan(\angle ADC) = \tan 30^\circ \text{이므로 } \frac{4}{\overline{DC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



$$\therefore \overline{DC} = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$\triangle ABD$ 는 $\overline{AD} = \overline{BD} = 8 \text{ cm}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle DAB = \angle DBA = 15^\circ$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\tan 15^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{8+4\sqrt{3}} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$$

49 $\triangle ABC$ 에서 $\sin 30^\circ = \frac{5}{\overline{AC}} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AC} = 10$

$$\tan 30^\circ = \frac{5}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \therefore \overline{AB} = 5\sqrt{3}$$

$\triangle ADB$ 는 $\overline{AD} = \overline{DB}$ 인 직각이등변삼각형이므로

$$\angle BAD = \angle ABD = 45^\circ$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{AD}}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로 } \overline{AD} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{DB} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

이때 $\overline{FB} \parallel \overline{AD}$ 이므로

$$\angle FBG = \angle BAD = 45^\circ$$

$$\therefore \angle CBF = \angle CBA - \angle FBG = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\text{즉 } \triangle CBF \text{에서 } \cos 45^\circ = \frac{\overline{FB}}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\overline{FB} = \overline{ED} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

따라서 $\triangle AEC$ 에서 $\angle CAE = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$

$$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = \frac{5\sqrt{6} - 5\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} \cos 75^\circ &= \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \overline{AE} \div \overline{AC} = \frac{5\sqrt{6} - 5\sqrt{2}}{2} \div 10 \\ &= \frac{5\sqrt{6} - 5\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{10} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

50 ① $\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

② $\cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$

③ $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$

④ $\sin y = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$

⑤ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 에서

$$\angle OCD = \angle OAB = y(\text{동위각}) \text{ 이므로}$$

$$\triangle COD \text{에서 } \tan y = \frac{\overline{OD}}{\overline{CD}} = \frac{1}{\overline{CD}}$$

따라서 $\overline{CD}$ 의 길이를 나타내는 것은 ③이다.

51 점 A의 좌표는 $(\overline{OB}, \overline{AB})$ 이고

$$\sin a = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB},$$

$$\cos a = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$$

이므로 $A(\cos a, \sin a)$ 이다.

52 ① $\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

② $\cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$

③ $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$

④ $\cos y = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

⑤ $\sin z = \sin y = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

53 $\triangle ACD$ 에서 $\cos 40^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{1} = \overline{AD}$

$$\therefore \overline{DB} = \overline{AB} - \overline{AD} = 1 - \cos 40^\circ$$

54 ① $\sin 50^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{OA}} = \frac{0.77}{1} = 0.77$

② $\cos 50^\circ = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{0.64}{1} = 0.64$

③ $\tan 50^\circ = \frac{\overline{BD}}{\overline{OD}} = \frac{1.19}{1} = 1.19$

④ $\triangle AOC$ 에서 $\angle OAC = 40^\circ$ 이므로

$$\sin 40^\circ = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{0.64}{1} = 0.64$$

⑤ $\cos 40^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{OA}} = \frac{0.77}{1} = 0.77$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

55 $\sin 52^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{OA}} = \frac{0.79}{1} = 0.79$

$$\cos 52^\circ = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{0.62}{1} = 0.62$$

$$\tan 52^\circ = \frac{\overline{BD}}{\overline{OD}} = \frac{1.28}{1} = 1.28$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin 52^\circ - \cos 52^\circ + \tan 52^\circ &= 0.79 - 0.62 + 1.28 \\ &= 1.45 \end{aligned}$$

56 $\sin 38^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{OA}} = \frac{0.6157}{1} = 0.6157$

$$\tan 38^\circ = \frac{\overline{BD}}{\overline{OD}} = \frac{0.7813}{1} = 0.7813$$

$$\therefore \sin 38^\circ + \tan 38^\circ = 0.6157 + 0.7813 = 1.397$$

57 ③ x 의 크기가 커지면 $\tan x$ 의 값도 커진다.

58 $45^\circ < x < 90^\circ$ 일 때,
 $\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin x < 1$, $0 < \cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan x > 1$ 이므로
 $\cos x < \sin x < \tan x$

59 ① $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ 일 때, x 의 크기가 커질수록 $\sin x$ 의 값도 커지므로 $\sin 30^\circ < \sin 40^\circ$

② $\sin 0^\circ = \cos 90^\circ = 0$

③ $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ 일 때, x 의 크기가 커질수록 $\cos x$ 의 값은 작아지므로 $\cos 70^\circ < \cos 30^\circ$

④ $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로
 $\cos 60^\circ < \sin 60^\circ$

⑤ $\tan 50^\circ > \tan 45^\circ = 1$, $0 < \sin 80^\circ < 1$ 이므로
 $\tan 50^\circ > \sin 80^\circ$

따라서 옳은 ②, ⑤이다.

60 ① $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ 일 때, x 의 크기가 커질수록 $\cos x$ 의 값은 작아지므로 $\cos 53^\circ > \cos 82^\circ$

② $45^\circ < x < 90^\circ$ 일 때,

$\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin x < 1$, $0 < \cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로
 $\cos 55^\circ < \sin 76^\circ$

③ $0^\circ < x < 45^\circ$ 일 때,

$0 < \sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos x < 1$ 이므로
 $\sin 24^\circ < \cos 42^\circ$

④ $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\cos 90^\circ = 0$ 이고, $\tan 32^\circ > 0$ 이므로
 $\cos 90^\circ < \tan 32^\circ$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

61 ① $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ 일 때, x 의 크기가 커질수록 $\sin x$ 의 값도 커지므로 $\sin 38^\circ < \sin 52^\circ$

② $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ 일 때, x 의 크기가 커질수록 $\cos x$ 의 값은 작아지므로 $\cos 44^\circ > \cos 73^\circ$

③ $0^\circ < x < 45^\circ$ 일 때,

$0 < \sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos x < 1$ 이므로
 $\sin 30^\circ < \cos 40^\circ$

④ $0 < \cos 85^\circ < 1$, $\tan 50^\circ > \tan 45^\circ = 1$ 이므로
 $\cos 85^\circ < \tan 50^\circ$

⑤ $\sin 90^\circ = 1$ 이고, $\tan 90^\circ$ 의 값은 한없이 증가하므로
 $\sin 90^\circ \neq \tan 90^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다.

62 $0^\circ < A < 90^\circ$ 일 때
 $0 < \cos A < 1$ 이므로 $\cos A - 1 < 0$
 $0 < \sin A < 1$ 이므로 $1 - \sin A > 0$
 $\therefore \sqrt{(\cos A - 1)^2} - \sqrt{(1 - \sin A)^2}$
 $= -(\cos A - 1) - (1 - \sin A)$
 $= \sin A - \cos A$

63 $0^\circ < A < 45^\circ$ 일 때, $0 < \tan A < 1$ 이므로
 $1 - \tan A > 0$, $\tan A - 1 < 0$
 $\therefore \sqrt{(1 - \tan A)^2} - \sqrt{(\tan A - 1)^2}$
 $= (1 - \tan A) + (\tan A - 1) = 0$

64 $0^\circ < x < 45^\circ$ 일 때, $\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos x < 1$, $\sin x < \cos x$
이므로 $\cos x > 0$, $\sin x - \cos x < 0$
 $\therefore \sqrt{\cos^2 x} - \sqrt{(\sin x - \cos x)^2}$
 $= \cos x + (\sin x - \cos x) = \sin x$

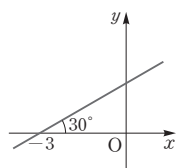
65 $45^\circ < A < 90^\circ$ 일 때, $\sin A > \cos A$ 이므로
 $\sin A - \cos A > 0$, $\cos A - \sin A < 0$
 $\therefore \sqrt{(\sin A - \cos A)^2} - \sqrt{(\cos A - \sin A)^2}$
 $= (\sin A - \cos A) + (\cos A - \sin A) = 0$

66 $45^\circ < A < 90^\circ$ 일 때,
 $0 < \cos A < \sin A < 1$, $\tan A > 1$ 이므로
 $\cos A - \sin A < 0$, $\sin A - \tan A < 0$
 $\therefore \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} + \sqrt{(\sin A - \tan A)^2}$
 $= -(\cos A - \sin A) - (\sin A - \tan A)$
 $= \tan A - \cos A$

67 구하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 하면
이 직선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 60° 이므로
(직선의 기울기) $= \tan 60^\circ = \sqrt{3} \quad \therefore a = \sqrt{3}$
이 직선의 x 절편이 -2 이므로 $y = \sqrt{3}x + b$ 에
 $x = -2$, $y = 0$ 을 대입하면
 $0 = -2\sqrt{3} + b \quad \therefore b = 2\sqrt{3}$
따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$

68 직선을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다. 구하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 하면 이 직선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 30° 이므로

(직선의 기울기) $= \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \therefore a = \frac{\sqrt{3}}{3}$



이 직선의 x 절편이 -3 이므로 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$ 에

$x = -3, y = 0$ 을 대입하면

$$0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times (-3) + b \quad \therefore b = \sqrt{3}$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$

69 $x - 2y + 6 = 0$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 $x = -6$

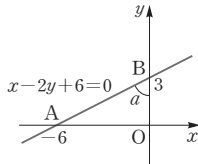
$x = 0$ 을 대입하면 $y = 3$

직선 $x - 2y + 6 = 0$ 의 x 절편은 -6 , y 절편은 3 이므로

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 OBA

에서

$$\tan a = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{6}{3} = 2$$



70 $3x - 4y + 12 = 0$ 에 $y = 0$ 을 대입하면

$$3x + 12 = 0 \quad \therefore x = -4$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } -4y + 12 = 0 \quad \therefore y = 3$$

즉, 직선 $3x - 4y + 12 = 0$ 의 x 절편은

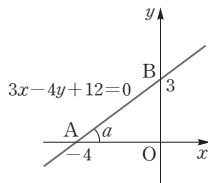
-4 , y 절편은 3 이므로 오른쪽 그림과

같은 직각삼각형 OBA에서 피타고라

스 정리에 의해

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore \cos a = \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{4}{5}$$



71 $x - y + 7 = 0$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 $x = -7$

$x = 0$ 을 대입하면 $y = 7$

즉, 직선 $x - y + 7 = 0$ 의 x 절편은 -7 ,

y 절편은 7 이므로 오른쪽 그림과 같은 직

각삼각형 OBA에서 피타고라스 정리에

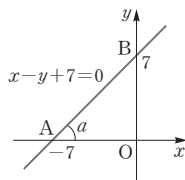
의해

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2} = \sqrt{7^2 + 7^2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$$

$$\text{이때 } \sin a = \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \frac{7}{7\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos a = \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{7}{7\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{이므로}$$

$$\sin a \times \cos a = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$



72 $\triangle OAH$ 에서

$$\tan A = \frac{\overline{OH}}{\overline{AH}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \text{에서 } \overline{AH} = 9$$

피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OA} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{OH}^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{225} = 15$$

$\triangle OAB$ 에서

$$\tan A = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{15} = \frac{4}{3} \text{이므로 } \overline{OB} = 20$$

따라서 구하는 직선은 x 절편이 -15 , y 절편이 20 인 직선이

$$\text{므로 } y = \frac{4}{3}x + 20$$

$$\therefore a = \frac{4}{3}, b = 20$$

$$\therefore \frac{b}{a} = b \div a = 20 \div \frac{4}{3} = 20 \times \frac{3}{4} = 15$$

73 $\tan 25^\circ = 0.4663, \sin 27^\circ = 0.4540$ 이므로

$$\tan 25^\circ + \sin 27^\circ = 0.4663 + 0.4540 = 0.9203$$

74 주어진 삼각비의 표에서 $\cos 25^\circ = 0.9063$ 이므로

$$x = 25^\circ$$

75 주어진 삼각비의 표에서 $\tan 26^\circ = 0.4877$ 이므로

$$x = 26^\circ \quad \therefore \sin x = \sin 26^\circ = 0.4384$$

76 $\sin 58^\circ + \tan 55^\circ - \cos 57^\circ$

$$= 0.8480 + 1.4281 - 0.5446 = 1.7315$$

77 $\sin 56^\circ = 0.8290$ 이므로 $x = 56^\circ$

$$\tan 57^\circ = 1.5399 \text{이므로 } y = 57^\circ$$

$$\therefore x + y = 56^\circ + 57^\circ = 113^\circ$$

78 $\cos 71^\circ = 0.3256$ 이므로 $x = 71^\circ$

$$\tan 69^\circ = 2.6051 \text{이므로 } y = 69^\circ$$

$$\therefore x + y = 71^\circ + 69^\circ = 140^\circ$$

79 $\triangle ABC$ 에서 $\cos 48^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{10}$ 이므로

$$0.6691 = \frac{\overline{BC}}{10} \quad \therefore \overline{BC} = 6.691$$

80 $\triangle ABC$ 에서 $\cos 24^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{x}{20}$ 이므로

$$0.9135 = \frac{x}{20} \quad \therefore x = 18.27$$

$$\sin 24^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{y}{20} \text{이므로}$$

$$0.4067 = \frac{y}{20} \quad \therefore y = 8.134$$

$$\therefore x - y = 18.27 - 8.134 = 10.136$$

2 삼각비의 활용

주제별 실력다지기

26~39쪽

- | | | | |
|--|---|---------------------------------|------|
| 01 ④ | 02 ④ | 03 ⑤ | 04 ④ |
| 05 15.5 m | 06 ③ | 07 $(10\sqrt{3}+30)$ m | |
| 08 ③ | 09 ③ | 10 0.3 cm | 11 ④ |
| 12 ④ | 13 $2\sqrt{34}$ cm | 14 70 m | |
| 15 $(5+5\sqrt{3})$ cm | 16 $50\sqrt{6}$ m | 17 ④ | |
| 18 $\overline{AH} : 4\sqrt{3}$ cm, $\overline{AC} : 2\sqrt{21}$ cm | | | |
| 19 $12\sqrt{2}$ cm | 20 ③ | 21 $400(\sqrt{3}-1)$ m | |
| 22 $6(3+\sqrt{3})$ cm | 23 $10(\sqrt{3}+1)$ m | | |
| 24 분속 $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ m | 25 ④ | 26 ① | |
| 27 ④ | 28 ④ | 29 ④ | |
| 30 $12\sqrt{3}$ cm | 31 ④ | 32 $24+8\sqrt{3}$ | 33 ② |
| 34 ② | 35 ② | 36 $3\sqrt{3}$ | |
| 37 $9\sqrt{3}$ cm ² | 38 ④ | 39 $28\sqrt{2}$ cm ² | 40 ② |
| 41 ④ | 42 $3\sqrt{3}$ | 43 ② | 44 ① |
| 45 ④ | 46 ④ | 47 120° | 48 ② |
| 49 ④ | 50 ① | 51 ③ | |
| 52 $28\sqrt{3}$ cm ² | 53 $(6+\sqrt{3})$ cm ² | 54 $\frac{9}{2}$ | |
| 55 $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ cm ² | 56 $\frac{81\sqrt{3}}{8}$ cm ² | 57 $4\sqrt{3}+10\sqrt{11}$ | |
| 58 ⑤ | 59 ⑤ | 60 ① | 61 ④ |
| 62 48 | 63 $6\sqrt{3}+6\sqrt{2}+6$ | | |
| 64 $(5+3\sqrt{3})$ cm | | | |

01 $\sin 40^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{5}{\overline{AB}} \quad \therefore \overline{AB} = \frac{5}{\sin 40^\circ}$

02 $\cos 31^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{20}$ 이므로

$\overline{BC} = 20 \cos 31^\circ = 20 \times 0.86 = 17.2(\text{cm})$

03 $\overline{AB} = \overline{BC} \sin C = 5 \sin 62^\circ = 5 \times 0.9 = 4.5(\text{cm})$

04 $\overline{AB} = \overline{PB} \tan 52^\circ = 50 \times 1.3 = 65(\text{m})$

05 $\overline{AC} = \overline{BC} \tan 35^\circ = 20 \times 0.70 = 14(\text{m})$

따라서 나무의 높이는 $14 + 1.5 = 15.5(\text{m})$

06 $\overline{AC} = \overline{BC} \tan 30^\circ = 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 8(\text{m})$

$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos 30^\circ} = 8\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 16(\text{m})$

따라서 부러지기 전의 나무의 높이는

$\overline{AB} + \overline{AC} = 16 + 8 = 24(\text{m})$

07 오른쪽 그림의 $\triangle PHQ$ 에서

$\overline{QH} = \overline{PH} \tan 30^\circ$

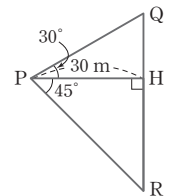
$= 30 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}(\text{m})$

또, $\triangle PRH$ 에서

$\overline{HR} = \overline{PH} \tan 45^\circ = 30 \times 1 = 30(\text{m})$

따라서 건물 B의 높이는

$\overline{QR} = \overline{QH} + \overline{HR} = 10\sqrt{3} + 30(\text{m})$



08 $\triangle ABQ$ 에서

$\overline{BQ} = \overline{AB} \tan 30^\circ = 600 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 200\sqrt{3}(\text{m})$

또, $\triangle PBQ$ 에서

$\overline{PQ} = \overline{BQ} \tan 60^\circ = 200\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 600(\text{m})$

따라서 열기구의 높이는 600 m이다.

09 $\triangle ABH$ 에서

$\overline{AH} = \overline{AB} \cos 30^\circ = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}(\text{m})$

또, $\triangle AHC$ 에서

$\overline{CH} = \overline{AH} \tan 45^\circ = 30\sqrt{3} \times 1 = 30\sqrt{3}(\text{m})$

따라서 타워의 높이는 $30\sqrt{3}$ m이다.

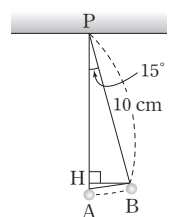
10 오른쪽 그림과 같이 점 B에서

$\overline{PA}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle PHB$ 에서

$\overline{PH} = \overline{PB} \cos 15^\circ = 10 \times 0.97 = 9.7(\text{cm})$

$\overline{PA} = \overline{PB} = 10 \text{ cm}$ 이므로



$$\overline{AH} = \overline{PA} - \overline{PH} = 10 - 9.7 = 0.3(\text{cm})$$

따라서 추가 B 위치에 있을 때, A 위치를 기준으로 0.3 cm 위에 있게 된다.

11 오른쪽 그림과 같이 점 A에서

$\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle AHC$ 에서

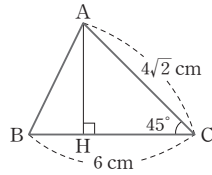
$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \overline{AC} \sin 45^\circ \\ &= 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\overline{CH} = \overline{AC} \cos 45^\circ = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4(\text{cm})$$

따라서 $\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{CH} = 6 - 4 = 2(\text{cm})$ 이므로

$\triangle ABH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{BH}^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$



12 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$

에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$ 에서

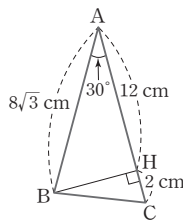
$$\begin{aligned}\overline{BH} &= \overline{AB} \sin 30^\circ \\ &= 8\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\overline{AH} = \overline{AB} \cos 30^\circ = 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12(\text{cm})$$

따라서 $\overline{CH} = \overline{AC} - \overline{AH} = 14 - 12 = 2(\text{cm})$ 이므로

$\triangle BCH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{BH}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}(\text{cm})$$



13 오른쪽 그림과 같이 점 A에서

$\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{BH} &= \overline{AB} \cos B \\ &= 9 \times \frac{1}{3} = 3(\text{cm})\end{aligned}$$

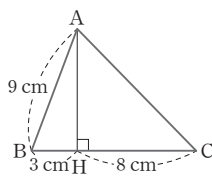
이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BH}^2} = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$$

따라서 $\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 11 - 3 = 8(\text{cm})$ 이므로

$\triangle AHC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + 8^2} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}(\text{cm})$$

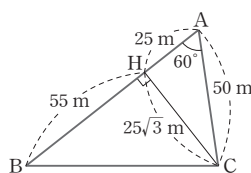


14 오른쪽 그림과 같이 점 C에서

$\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle AHC$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \overline{AC} \cos 60^\circ \\ &= 50 \times \frac{1}{2} = 25(\text{m})\end{aligned}$$



$$\overline{CH} = \overline{AC} \sin 60^\circ = 50 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}(\text{m})$$

$$\overline{BH} = \overline{AB} - \overline{AH} = 80 - 25 = 55(\text{m})$$
이므로

$\triangle BCH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{BH}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{55^2 + (25\sqrt{3})^2} = \sqrt{4900} = 70(\text{m})$$

따라서 두 지점 B, C 사이의 거리는 70 m이다.

15 오른쪽 그림과 같이 점 C에서

$\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle AHC$ 에서

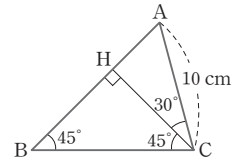
$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \overline{AC} \sin 30^\circ \\ &= 10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\overline{CH} = \overline{AC} \cos 30^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

또, $\triangle BCH$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{BH} = \overline{CH} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = 5 + 5\sqrt{3}(\text{cm})$$



16 오른쪽 그림과 같이 점 B에서

$\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle BCH$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{BH} &= \overline{BC} \sin 60^\circ \\ &= 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}(\text{m})\end{aligned}$$

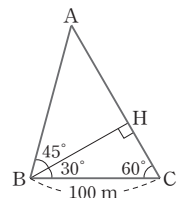
$$\angle CBH = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$
이므로

$$\angle ABH = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ = \angle B - \angle CBH$$

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BH}}{\cos 45^\circ} = 50\sqrt{3} \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 50\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 50\sqrt{6}(\text{m})$$

따라서 B지점에서 배까지의 거리는 $50\sqrt{6}$ m이다.



17 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 180^\circ - (40^\circ + 70^\circ) = 70^\circ$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서

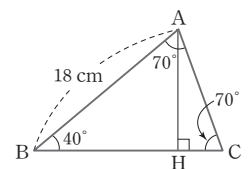
$\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \overline{AB} \sin 40^\circ = 18 \times 0.6 \\ &= 10.8(\text{cm})\end{aligned}$$

$\triangle AHC$ 에서

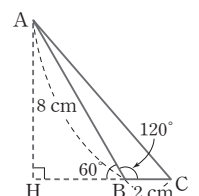
$$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\sin 70^\circ} = \frac{10.8}{0.9} = 12(\text{cm})$$



18 $\angle ABH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\triangle ABH$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \overline{AB} \sin 60^\circ \\ &= 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}(\text{cm})\end{aligned}$$



$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ACH$ 에서

$$\overline{CH} = \overline{BH} + \overline{BC} = 4 + 2 = 6(\text{cm}) \text{이므로}$$

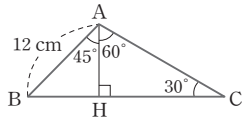
$\triangle ACH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 6^2} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$$

19 오른쪽 그림과 같이 점 A에서

$\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$ 에서



$$\overline{AH} = \overline{AB} \cos 45^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$$

따라서 $\triangle AHC$ 에서

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\sin 30^\circ} = 6\sqrt{2} \div \frac{1}{2} = 6\sqrt{2} \times 2 = 12\sqrt{2}(\text{cm})$$

20 $\overline{AH} = h$ cm라 하면 $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{BH} = \overline{AH} \tan (90^\circ - 60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$$

$\triangle AHC$ 에서 $\overline{CH} = \overline{AH} = h$ cm

이때 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$ 이므로

$$6 = \frac{\sqrt{3}}{3}h + h, 18 = (3 + \sqrt{3})h$$

$$\therefore h = \frac{18}{3 + \sqrt{3}} = 3(3 - \sqrt{3})$$

$$\therefore \overline{AH} = 3(3 - \sqrt{3}) \text{ cm}$$

21 $\overline{PQ} = x$ m라 하면 $\triangle APQ$ 에서

$$\overline{AP} = \overline{PQ} \tan 60^\circ = \sqrt{3}x(\text{m})$$

또, $\triangle QPB$ 에서

$$\overline{BP} = \overline{PQ} \tan 45^\circ = x(\text{m})$$

이때 $\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{BP}$ 이므로

$$800 = \sqrt{3}x + x, (\sqrt{3} + 1)x = 800$$

$$\therefore x = \frac{800}{\sqrt{3} + 1} = 400(\sqrt{3} - 1)$$

따라서 열기구는 P 지점에서 $400(\sqrt{3} - 1)$ m의 높이에 있다.

22 $\overline{AH} = h$ cm라 하면 $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{BH} = \overline{AH} \tan (90^\circ - 45^\circ) = h(\text{cm})$$

$\triangle ACH$ 에서

$$\angle ACH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{CH} = \overline{AH} \tan (90^\circ - 60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$$

이때 $\overline{BC} = \overline{BH} - \overline{CH}$ 이므로

$$12 = h - \frac{\sqrt{3}}{3}h, \frac{3 - \sqrt{3}}{3}h = 12$$

$$\therefore h = 12 \times \frac{3}{3 - \sqrt{3}} = 6(3 + \sqrt{3})$$

$$\therefore \overline{AH} = 6(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}$$

23 $\overline{CH} = h$ m라 하면 $\triangle AHC$ 에서

$$\overline{AH} = \overline{CH} \tan (90^\circ - 30^\circ) = \sqrt{3}h(\text{m})$$

$\triangle BHC$ 에서 $\overline{BH} = \overline{CH} = h$ m

이때 $\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH}$ 이므로

$$20 = \sqrt{3}h - h, (\sqrt{3} - 1)h = 20$$

$$\therefore h = \frac{20}{\sqrt{3} - 1} = 10(\sqrt{3} + 1)$$

따라서 열기구의 높이는 $10(\sqrt{3} + 1)$ m이다.

24 오른쪽 그림과 같이 은

영이의 위치를 A, 소희의 처

음 위치와 4분 후의 위치를

각각 C, D라 하면

$$\angle CAB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC} = \overline{AB} \tan 60^\circ = 10 \times \sqrt{3} = 10\sqrt{3}(\text{m})$$

$\triangle ABD$ 에서

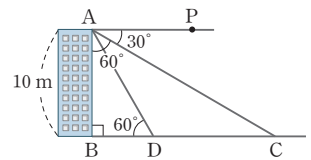
$$\overline{BD} = \overline{AB} \tan (90^\circ - 60^\circ) = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{m})$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD} = 10\sqrt{3} - \frac{10\sqrt{3}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3}(\text{m})$$

이때 소희가 4분 동안 $\overline{CD}$ 의 길이만큼 이동하였으므로

$$\frac{\overline{CD}}{4} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

따라서 소희의 속력은 분속 $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ m이다.



$$\mathbf{25} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 \times \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}(\text{cm}^2)$$

26 $\angle C = \angle B = 75^\circ$ 이므로

$$\angle A = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{6} \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm}^2)$$

27 $\tan B = \sqrt{3}$ 이므로 $\angle B = 60^\circ$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 7 \times 4 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$$

$$\mathbf{28} \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{BC} \times \sin 30^\circ = 24$$

$$\frac{1}{2} \times 8 \times \overline{BC} \times \frac{1}{2} = 24, 2\overline{BC} = 24$$

$$\therefore \overline{BC} = 12 \text{ cm}$$

29 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \sin A = \frac{9}{2}$

이므로 $\sin A = \frac{1}{2} \quad \therefore \angle A = 30^\circ$

30 $\angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 30 \times 20 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 30 \times \overline{AD} \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times 20 \times \overline{AD} \times \sin 30^\circ$$

$$300 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\overline{AD} \times \frac{1}{2} + 10\overline{AD} \times \frac{1}{2}$$

$$150\sqrt{3} = \frac{15}{2}\overline{AD} + 5\overline{AD} = \frac{25}{2}\overline{AD}$$

$$\therefore \overline{AD} = 150\sqrt{3} \times \frac{2}{25} = 12\sqrt{3}(\text{cm})$$

31 오른쪽 그림에서

$\angle DAC = \angle BAC = 75^\circ$ (접은 각)

이고, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\angle BCA = \angle DAC = 75^\circ$ (엇각)

$\triangle ABC$ 에서

$\angle ABC = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$

또, 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

직각삼각형 ABH에서

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}, \frac{1}{2} = \frac{4}{\overline{AB}} \quad \therefore \overline{AB} = 8 \text{ cm}$$

따라서 $\overline{BC} = \overline{AB} = 8 \text{ cm}$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{1}{2} = 16(\text{cm}^2)$$

32 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABC$ 에서

$\angle ACB = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$ 이므로

$\triangle EHC$ 에서

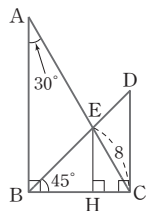
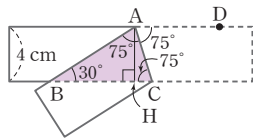
$$\overline{CH} = \overline{EC} \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\overline{EH} = \overline{EC} \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$\triangle BEH$ 에서

$$\overline{BH} = \overline{EH} = 4\sqrt{3}$$

따라서 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 4\sqrt{3} + 4$ 이므로



$$\triangle EBC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{EC} \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times (4\sqrt{3} + 4) \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 24 + 8\sqrt{3}$$

다른 풀이

$$\triangle EBC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{EH}$$

$$= \frac{1}{2} \times (4\sqrt{3} + 4) \times 4\sqrt{3}$$

$$= 24 + 8\sqrt{3}$$

33 $\angle C = 180^\circ - (27^\circ + 18^\circ) = 135^\circ$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} \times \sin (180^\circ - 135^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

34 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{AC} \times \sin (180^\circ - 120^\circ) = 12$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times \overline{AC} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12, \sqrt{3} \overline{AC} = 12$$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

35 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin (180^\circ - C) = 12\sqrt{2}$

$$24 \sin (180^\circ - C) = 12\sqrt{2}$$

$$\sin (180^\circ - C) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

따라서 $180^\circ - \angle C = 45^\circ$ 이므로 $\angle C = 135^\circ$

36 $\angle CAD = \angle BAC - \angle BAD$

$$= 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

이때 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times \overline{AD} + \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{AD} \times \sin 30^\circ$$

$$48 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\overline{AD} + 4\overline{AD} \times \frac{1}{2}$$

$$24\sqrt{3} = 6\overline{AD} + 2\overline{AD}$$

$$8\overline{AD} = 24\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AD} = 3\sqrt{3}$$

37 $\angle ABC = \angle DBC = 30^\circ$ (접은 각)이고,

$\angle ACB = \angle DCB = 30^\circ$ (엇각)이므로

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 6 \text{ cm}$ 인 이등변삼각형이다.

따라서 $\angle BAC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

38 $\overline{BC} = \overline{AD} = 10 \text{ cm}$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle AED &= \frac{1}{2} \square ABCD \\ &= \frac{1}{2} \times (\overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 60^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \times \left(12 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 30\sqrt{3} (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

39 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ 이고, $\angle B : \angle C = 1 : 3$ 이므로

$$\angle B = \frac{1}{1+3} \times 180^\circ = 45^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \square ABCD &= \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 45^\circ \\ &= 8 \times 7 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 28\sqrt{2} (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

40 $\square ABCD = \overline{AB} \times \overline{AD} \times \sin (180^\circ - 135^\circ)$

$$= 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2} (\text{cm}^2)$$

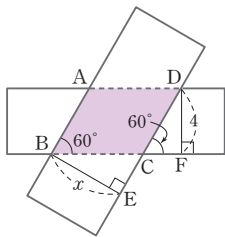
41 $\square ABCD$ 의 한 변의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면

$$\square ABCD = \overline{AB} \times \overline{AD} \times \sin (180^\circ - 150^\circ) \text{에서}$$

$$18 = x \times x \times \frac{1}{2}, x^2 = 36 \quad \therefore x = 6 (\because x > 0)$$

따라서 마름모 $ABCD$ 의 한 변의 길이는 6 cm 이므로 둘레의 길이는 $4 \times 6 = 24 (\text{cm})$ 이다.

42 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다. 두 점 B, D 에서 $\overline{CD}$, $\overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 하면



$\triangle BEC$ 에서

$$\angle CBE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \text{이므로}$$

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \frac{\overline{BE}}{\cos 30^\circ} = \frac{x}{\cos 30^\circ} = x \div \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= x \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}x\end{aligned}$$

$\triangle DCF$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{CD} &= \frac{\overline{DF}}{\sin 60^\circ} = \frac{4}{\sin 60^\circ} = 4 \div \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 4 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{CD} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$\square ABCD = \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 60^\circ = 24 \text{에서}$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{3} \times \frac{2\sqrt{3}}{3}x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 24, \frac{8\sqrt{3}}{3}x = 24$$

$$\therefore x = 24 \times \frac{3}{8\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

다른 풀이

$$\square ABCD = \overline{BC} \times \overline{DF} = 24 \text{에서}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}x \times 4 = 24 \quad \therefore x = 6 \times \frac{3}{2\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

43 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \sin 60^\circ$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

44 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$$\overline{AC} = \overline{BD} = 8 \text{ cm}$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin (180^\circ - 150^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{1}{2} = 16 (\text{cm}^2)$$

45 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} \times \sin 60^\circ$ 이므로

$$45\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 15 \times \overline{BD} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$45\sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{4} \overline{BD}$$

$$\therefore \overline{BD} = 45\sqrt{3} \times \frac{4}{15\sqrt{3}} = 12 (\text{cm})$$

46 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$$\overline{AC} = \overline{BD} = x \text{ cm라 하면}$$

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} \times \sin (180^\circ - 135^\circ)$$

에서

$$12\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times x \times x \times \frac{\sqrt{2}}{2}, x^2 = 48$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3} (\because x > 0)$$

따라서 한 대각선의 길이는 $4\sqrt{3} \text{ cm}$ 이다.

47 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} \times \sin (180^\circ - x)$ 이므로

$$18\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 8 \times 9 \times \sin (180^\circ - x)$$

$$\therefore \sin (180^\circ - x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 $180^\circ - x = 60^\circ$ 이므로 $x = 120^\circ$

48 $\triangle CDE$ 에서 피타고라스 정리에 의해

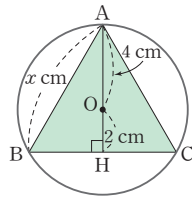
$$\overline{CD} = \sqrt{\overline{CE}^2 - \overline{DE}^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 2^2} = \sqrt{16} = 4 (\text{cm})$$

따라서 $\overline{BE} = \overline{CD} = 4 \text{ cm}$ 이므로

$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$

49 정삼각형의 외심과 무게중심은 일치하므로 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이면서 무게중심이다. 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 O는 $\overline{AH}$ 위에 있고,



$\overline{OA} = 4 \text{ cm}$, $\overline{AO} : \overline{OH} = 2 : 1$ 이므로
 $\overline{OH} = 2 \text{ cm} \quad \therefore \overline{AH} = 6 \text{ cm}$

또, $\overline{AB} = x \text{ cm}$ 라 하면

$\triangle ABH$ 에서

$$x \times \sin 60^\circ = 6, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}x = 6 \text{에서 } x = 4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

50 정삼각형의 한 꼭짓점에서 무게중심을 지나는 선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{AD}$ 는 정삼각형 ABC의 높이이다.

$$\overline{AD} = 6\sqrt{3} \times \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9(\text{cm})$$

$$\overline{BD} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

점 G는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{AG} = \overline{BG}$

$\therefore (\triangle GBD \text{의 둘레의 길이})$

$$\begin{aligned} &= \overline{BG} + \overline{GD} + \overline{BD} = (\overline{AG} + \overline{GD}) + \overline{BD} \\ &= \overline{AD} + \overline{BD} = 9 + 3\sqrt{3}(\text{cm}) \end{aligned}$$

51 $\overline{AD} = 4 \times \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle ADE &= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

52 $\angle GEC = \angle GCE = 60^\circ$ 이므로 $\triangle GEC$ 는 한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형이다.

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle GEC &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} 2\triangle ABC - \triangle GEC &= 2 \times 16\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= 28\sqrt{3}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

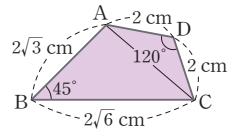
53 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를

그으면

$\square ABCD$

$$= \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} \times \sin 45^\circ \right) \\ &\quad + \left\{ \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin (180^\circ - 120^\circ) \right\} \\ &= \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= 6 + \sqrt{3}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$



54 $\overline{BC} = \overline{BD} = 6$ 이므로

$$\overline{AB} = 6 \sin 30^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\angle ABD = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABD &= \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \sin (180^\circ - 150^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

55 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 60^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{BC} : \overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1 : \sqrt{3} \text{에서}$$

$$\overline{AB} = 3 \text{ cm}, \quad \overline{AC} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} \right) + \left(\frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 4 \times \sin 30^\circ \right) \\ &= \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 4 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{9\sqrt{3}}{2} + 3\sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

56 $\triangle EAD$ 에서 $\cos 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore \overline{AD} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\triangle DAC \text{에서 } \cos 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AC} = 9(\text{cm})$$

$\triangle CAB$ 에서

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{AB}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AB} = \frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

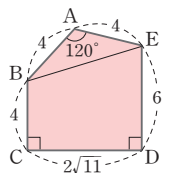
$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{9\sqrt{3}}{2} \times \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{9\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{81\sqrt{3}}{8}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

57 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를

그으면

(오각형 ABCDE의 넓이)

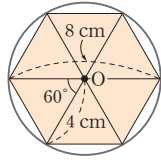
$$= \triangle ABE + \square BCDE$$



$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) + \frac{1}{2} \times (4+6) \times 2\sqrt{11}$$

$$= 4\sqrt{3} + 10\sqrt{11}$$

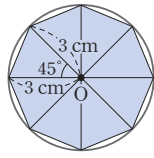
58 오른쪽 그림과 같이 대각선을 그으면
나누어진 6개의 삼각형은 모두 합동이다.
따라서 구하는 정육각형의 넓이는



59 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
원의 둘레의 길이가 6π cm이므로

$$2\pi r = 6\pi \quad \therefore r = 3$$

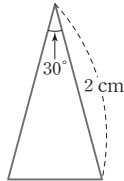
오른쪽 그림과 같이 정팔각형에 대각선을
그으면 나누어진 8개의 삼각형은 모두 합동
이다.



따라서 구하는 정팔각형의 넓이는

$$\left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \sin 45^\circ\right) \times 8 = 18\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

60 원 O에 내접하는 정십이각형에 대각선을
그으면 나누어진 12개의 삼각형은 모두 합동이
고 오른쪽 그림과 같다.



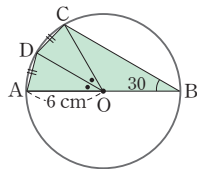
따라서 구하는 정십이각형의 넓이는

$$\left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 30^\circ\right) \times 12 = 12(\text{cm}^2)$$

61 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 를 그
으면

$$\angle COA = \angle OBC + \angle OCB$$

$$= 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$



이때 현의 길이가 같으면 중심각의 크기가 같으므로

$$\angle COD = \angle DOA = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \triangle COD = \triangle DOA$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 9(\text{cm}^2)$$

또, $\angle COB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ 이므로

$$\triangle COB = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

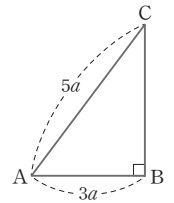
$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \square ABCD = \triangle DOA + \triangle COD + \triangle COB$$

$$= 9 + 9 + 9\sqrt{3} = 18 + 9\sqrt{3}$$

$$= 9(\sqrt{3} + 2)(\text{cm}^2)$$

62 $\cos A = \frac{3}{5}$ 이므로 오른쪽 그림과 같이
 $\overline{AB} = 3a$, $\overline{AC} = 5a$ 라 하면 피타고라스 정
리에 의해



$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2}$$

$$= \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = \sqrt{16a^2} = 4a$$

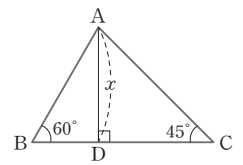
$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3a \times 4a = 6a^2$$

즉 $6a^2 = 96$ 이므로

$$a^2 = 16 \quad \therefore a = 4 (\because a > 0)$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이는 20, 16, 12이므로 둘레의
길이는 $20 + 16 + 12 = 48$

63 오른쪽 그림과 같이 점 A에서
 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D, $\overline{AD} = x$
라 하면 $\triangle ACD$ 는 직각이등변삼각
형이므로



$$\overline{CD} = \overline{AD} = x, \overline{AC} = \sqrt{2}x$$

$\triangle ABD$ 에서

$$\overline{AB} = \frac{x}{\sin 60^\circ} = x \div \sin 60^\circ$$

$$= x \div \frac{\sqrt{3}}{2} = x \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}x$$

$$\overline{BD} = \frac{x}{\tan 60^\circ} = x \div \tan 60^\circ$$

$$= x \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = \frac{\sqrt{3}}{3}x + x$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{BC}$$

$$= \frac{1}{2} \times x \times \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x + x\right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{2}\right)x^2 = 18 + 6\sqrt{3}$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{2}\right)x^2 = 18 + 6\sqrt{3} \text{에서 } \left(\frac{\sqrt{3}+3}{6}\right)x^2 = 6(3+\sqrt{3})$$

$$x^2 = 36 \quad \therefore x = 6 (\because x > 0)$$

$$\therefore (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이}) = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}x + x + \sqrt{2}x$$

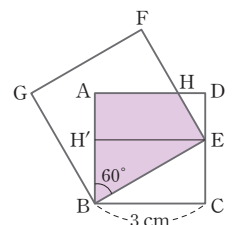
$$= \sqrt{3}x + x + \sqrt{2}x$$

$$= 6\sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 6$$

64 오른쪽 그림과 같이 점 E에서
 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H' 라 하면
 $\overline{EH'} = \overline{BC} = 3$ cm이므로

$\triangle BEH'$ 에서

$$\overline{BH'} = \frac{3}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3}(\text{cm})$$



$$\overline{BE} = \frac{3}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

또, $\angle BEH = 90^\circ$, $\angle H'EB = 30^\circ$ 이므로

$\angle H'EH = 60^\circ$ 에서 $\angle HED = 30^\circ$, $\angle DHE = 60^\circ$ 이고,

$\square H'BCE$ 에서 $\overline{EC} = \sqrt{3} \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{DE} = (3 - \sqrt{3}) \text{ cm}$$

$\triangle DEH$ 에서

$$\overline{DH} = \frac{3 - \sqrt{3}}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3} - 1(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$$\overline{EH} = \frac{\overline{HD}}{\sin 60^\circ} = 2(\sqrt{3} - 1) \text{ cm},$$

$$\overline{AH} = \overline{AD} - \overline{HD} = 3 - (\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{3}(\text{cm})$$

$\therefore (\square ABEH \text{의 둘레의 길이})$

$$= \overline{AB} + \overline{BE} + \overline{EH} + \overline{AH}$$

$$= 3 + 2\sqrt{3} + 2(\sqrt{3} - 1) + (4 - \sqrt{3})$$

$$= 5 + 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$33 \quad 16\sqrt{3}$$

$$34 \quad 2(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \quad 35 \quad \frac{4}{5}$$

$$36 \quad 3 + 2\sqrt{3}$$

01 $\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

$$\textcircled{1} \sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{12}{13}$$

따라서 옳지 않은 것은 $\textcircled{1}$ 이다.

02 $\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ 이므로}$$

$$\sin B = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\cos B = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin B + \cos B = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\textbf{03} \quad (1) \sin 30^\circ - \cos 60^\circ = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$(2) \cos 60^\circ + \tan 45^\circ = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$(3) \sin 45^\circ \times \cos 45^\circ \div \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \div \frac{\sqrt{3}}{3} \\ = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(4) (\cos 30^\circ + \sin 60^\circ) \times \tan 60^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \sqrt{3} \\ = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$$

$$\textbf{04} \quad \textcircled{1} \sin 0^\circ = 0 \quad \textcircled{2} \cos 0^\circ = 1 \quad \textcircled{3} \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{4} \cos 90^\circ = 0 \quad \textcircled{5} \tan 0^\circ = 0$$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 $\textcircled{2}$ 이다.

05 $\triangle ADE$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{DE} = \sqrt{\overline{AE}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{6^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{4} = 2$$

$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)이므로 $x = y$

$$\text{즉, } \sin x = \sin y = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\tan y = \frac{\overline{AD}}{\overline{DE}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

삼각비

단원 종합 문제

42~48쪽

$$\textbf{01} \quad \textcircled{1} \quad \textbf{02} \quad \textcircled{2}$$

$$\textbf{03} \quad (1) 0 \quad (2) \frac{3}{2} \quad (3) \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) 3 \quad \textbf{04} \quad \textcircled{2} \quad \textbf{05} \quad \textcircled{2}$$

$$\textbf{06} \quad \textcircled{2} \quad \textbf{07} \quad \textcircled{4} \quad \textbf{08} \quad \textcircled{3} \quad \textbf{09} \quad \textcircled{5}$$

$$\textbf{10} \quad \textcircled{3} \quad \textbf{11} \quad \textcircled{3}, \textcircled{5}$$

$$\textbf{12} \quad (1) 0.6018 \quad (2) 0.8192 \quad (3) 0.7265$$

$$\textbf{13} \quad 1, 45^\circ \quad \textbf{14} \quad (1) 4\sqrt{3} \text{ cm} \quad (2) 4 \text{ cm} \quad (3) 2\sqrt{21} \text{ cm}$$

$$\textbf{15} \quad \frac{c}{b} \quad \textbf{16} \quad \textcircled{5} \quad \textbf{17} \quad \frac{\sqrt{6}}{3} \quad \textbf{18} \quad \textcircled{5}$$

$$\textbf{19} \quad \left(\frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3}\right) \text{ cm}^2 \quad \textbf{20} \quad \textcircled{1} \quad \textbf{21} \quad \textcircled{2}$$

$$\textbf{22} \quad 15\sqrt{2} \text{ cm}^2 \quad \textbf{23} \quad 10 \text{ cm}^2 \quad \textbf{24} \quad 108\sqrt{3} \text{ cm}^2 \quad \textbf{25} \quad \textcircled{2}$$

$$\textbf{26} \quad \frac{4\sqrt{21}}{7} \quad \textbf{27} \quad \textcircled{3} \quad \textbf{28} \quad 9\sqrt{3} \text{ cm}^2 \quad \textbf{29} \quad \textcircled{4}$$

$$\textbf{30} \quad \textcircled{2} \quad \textbf{31} \quad (48 + 6\sqrt{3}) \text{ cm}^2 \quad \textbf{32} \quad \frac{\sqrt{6}}{3}$$

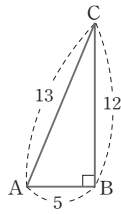
$$\therefore \sin x \times \tan y = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 2\sqrt{2} = \frac{8}{3}$$

06 $\sin A = \frac{12}{13}$ 이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 이고 $\overline{AC} = 13$, $\overline{BC} = 12$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$$\triangle ABC \text{에서 피타고라스 정리에 의해}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore \cos A \times \tan A = \frac{5}{13} \times \frac{12}{5} = \frac{12}{13}$$



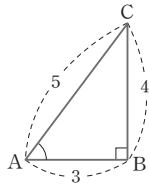
07 $\angle B = 90^\circ$ 이고

$\cos(90^\circ - C) = \cos A = \frac{3}{5}$ 이므로
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC} = 5$, $\overline{AB} = 3$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$$\triangle ABC \text{에서 피타고라스 정리에 의해}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\therefore \tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{4}{3}$$



08 $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로

$$2x + 15^\circ = 45^\circ, 2x = 30^\circ \quad \therefore x = 15^\circ$$

$$\therefore \cos 3x = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

09 $\cos B = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 이므로

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{16}, \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{BC}}{16}$$

$$\therefore \overline{BC} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\mathbf{10} \quad ① \sin x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$$

$$② \sin y = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

$$③ \cos x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

$$④ \cos y = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$$

$$⑤ \tan x = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{DE}}{1} = \overline{DE}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

11 ③ A의 크기가 커지면 $\tan A$ 의 값도 커진다.

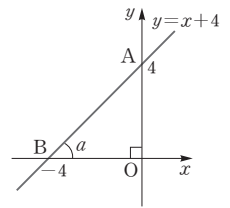
⑤ $\tan A$ 의 값은 0부터 한없이 커지므로 최솟값은 0이지만 최댓값은 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

13 오른쪽 그림에서 직선 $y = x + 4$ 의 x 절편이 -4 , y 절편이 4이므로 직각삼각형 OAB에서

$$\tan a = \frac{\overline{AO}}{\overline{BO}} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\therefore a = 45^\circ$$



14 (1) $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

(2) $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

(3) $\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 10 - 4 = 6 \text{ (cm)}$ 이므로

$\triangle ACH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 6^2} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} \text{ (cm)}$$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AH} = h$ 라

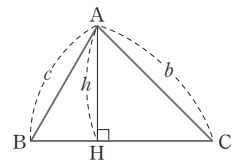
하면

$$\triangle ABH \text{에서 } \sin B = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{h}{c}$$

$$\triangle ACH \text{에서 } \sin C = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{h}{b}$$

$$\therefore \frac{\sin C}{\sin B} = \sin C \div \sin B = \frac{h}{b} \div \frac{h}{c}$$

$$= \frac{h}{b} \times \frac{c}{h} = \frac{c}{b}$$



16 오른쪽 그림과 같이 점 A에서

$\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$ 에서

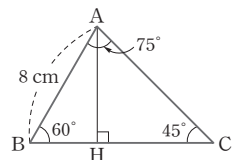
$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ$$

$$= 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

이때 $\angle ACB = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$ 이므로

$\triangle ACH$ 에서

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\sin 45^\circ} = 4\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{6} \text{ (cm)}$$



17 $\triangle ACD \sim \triangle ADE$ (AA 닮음)이므로

$$2 : \overline{AD} = \overline{AD} : 3, \overline{AD}^2 = 6$$

$$\therefore \overline{AD} = \sqrt{6} \quad (\because \overline{AD} > 0)$$

$$\therefore \cos(\angle BAC) = \cos(\angle DAE) = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

18 $\overline{AH} = \overline{BH} = h$ m라 하면

$\triangle ACH$ 에서

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{CH}} = \frac{h}{h + 32}, \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{h + 32}$$

$$(\sqrt{3}-1)h=32$$

$$\therefore h=\frac{32}{\sqrt{3}-1}=16(\sqrt{3}+1)$$

따라서 나무의 높이는 $16(\sqrt{3}+1)$ m이다.

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를
그으면

$$\angle OCA = \angle OAC = 30^\circ$$

따라서

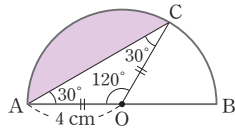
$$\angle AOC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ \text{ 이므로}$$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= (\text{부채꼴 } OAC) - \triangle OAC$$

$$= \pi \times 4 \times 4 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$



20 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin 45^\circ$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{21\sqrt{2}}{2}(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \square ABCD = 2\triangle ABC$$

$$= 2 \times \frac{21\sqrt{2}}{2} = 21\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

21 $\angle B = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ 이므로

$$\square ABCD = 7 \times \overline{BC} \times \sin 45^\circ \text{에서}$$

$$7 \times \overline{BC} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{BC} = 14\sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{7} = 4(\text{cm})$$

22 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \sin 45^\circ$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

23 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \frac{1}{2} = 10(\text{cm}^2)$$

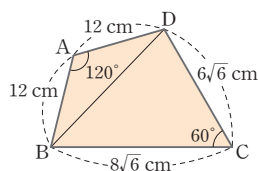
24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그
으면

$$\square ABCD$$

$$= \triangle ABD + \triangle DBC$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

$$+ \frac{1}{2} \times 6\sqrt{6} \times 8\sqrt{6} \times \sin 60^\circ$$



$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 6\sqrt{6} \times 8\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 36\sqrt{3} + 72\sqrt{3} = 108\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

25 오른쪽 그림과 같이 점 A에서

$\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{BH} = \overline{CH} = \overline{AB} \times \cos B$$

$$= 4 \times \frac{3}{4} = 3(\text{cm})$$

이므로 $\triangle ABH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BH}^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}(\text{cm}^2)$$

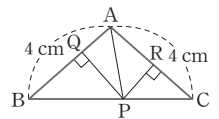
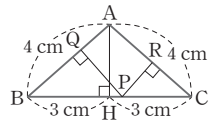
한편, 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$ 를 그으면

$$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle ACP$$

이므로

$$3\sqrt{7} = \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{PQ} + \frac{1}{2} \times 4 \times \overline{PR} = 2(\overline{PQ} + \overline{PR})$$

$$\therefore \overline{PQ} + \overline{PR} = \frac{3\sqrt{7}}{2} \text{ cm}$$



26 오른쪽 그림과 같이 점 C에

서 $\overline{AB}$ 의 연장선에 내린 수선의

발을 D라 하면

$\triangle ACD$ 에서

$$\overline{AD} = 8 \cos 60^\circ = 4,$$

$$\overline{CD} = 8 \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}$$

$\triangle BDC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

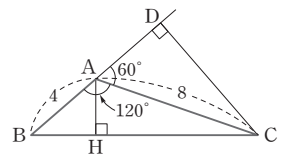
$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{BD}^2 + \overline{CD}^2} = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

또, $\triangle BAH \sim \triangle BCD$ 이므로

$$\overline{AB} : \overline{AH} = \overline{BC} : \overline{CD} \text{에서}$$

$$4 : \overline{AH} = 4\sqrt{7} : 4\sqrt{3}, \sqrt{7}\overline{AH} = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{AH} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{21}}{7}$$



27 한 변의 길이가 3 cm인 정삼각형의 대각선의 길이는

$3\sqrt{2}$ cm이므로 정삼각형의 높이는 $3\sqrt{2}$ cm이다.

정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$$(\text{정삼각형의 높이}) = a \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a = 3\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore (\text{정삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{6} \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

28 $\overline{AD} = (\triangle ABC \text{의 높이}) = 8 \times \sin 60^\circ$

$$= 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{AF} = (\triangle ADE \text{의 높이}) = 4\sqrt{3} \times \sin 60^\circ$$

$$= 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle AFG = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

29 정육각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면 정육각형은 한 변의 길이가 a cm인 정삼각형 6개로 이루어져 있으므로

$$(\text{정육각형의 넓이}) = \left(\frac{1}{2} \times a \times a \times \sin 60^\circ \right) \times 6$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times a \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \times 6$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 24\sqrt{3}$$

$$a^2 = 16 \quad \therefore a = 4 (\because a > 0)$$

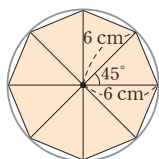
$$\therefore (\text{정육각형의 둘레의 길이}) = 6a = 24(\text{cm})$$

30 오른쪽 그림과 같이 정팔각형은 8개의 합동인 삼각형으로 나누어진다.

따라서 정팔각형의 넓이는

$$\left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 45^\circ \right) \times 8$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \times 8 = 72\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$



31 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면

$$\overline{PQ} = \overline{AD} = 5 \text{ cm}$$

$\triangle ABP$ 에서

$$\overline{AP} = 6\sqrt{2} \times \sin 45^\circ = 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6(\text{cm})$$

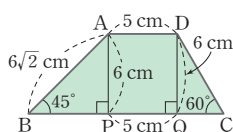
$$\therefore \overline{BP} = \overline{AP} = 6 \text{ cm}$$

$\overline{DQ} = \overline{AP} = 6 \text{ cm}$ 이므로 $\triangle DQC$ 에서

$$\overline{QC} = \frac{\overline{DQ}}{\tan 60^\circ} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{BC} = 6 + 5 + 2\sqrt{3} = 11 + 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times \{5 + (11 + 2\sqrt{3})\} \times 6 = 48 + 6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

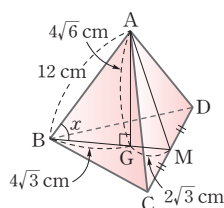


32 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BM}$ 에 내린 수선의 발을 점 G라 하자.

$\overline{BM}$ 은 정삼각형 BCD의 높이이므로

$$\overline{BM} = 12 \times \sin 60^\circ$$

$$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$



점 G가 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로

$$\overline{BG} = \overline{BM} \times \frac{2}{3} = 6\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

직각삼각형 ABG에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AG} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BG}^2}$$

$$= \sqrt{12^2 - (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\cos x = \frac{\overline{BG}}{\overline{AB}} = \frac{4\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan x = \frac{\overline{AG}}{\overline{BG}} = \frac{4\sqrt{6}}{4\sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \cos x \times \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

33 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$ 를 그으

면 $\triangle AED$ 와 $\triangle AEB'$ 에서

$\overline{AE}$ 는 공통, $\angle D = \angle B' = 90^\circ$,

$\overline{AD} = \overline{AB'}$

$\therefore \triangle AED \equiv \triangle AEB'$ (RHS 합동)

$\triangle AEB'$ 에서

$$\angle EAB' = \frac{1}{2} \angle DAB' = 30^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{EB'} = \overline{AB'} \times \tan 30^\circ = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4$$

$$\therefore \triangle AED = \triangle AEB' = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3}$$

$$\therefore \square DAB'E = \triangle AEB' + \triangle AED = 8\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

다른 풀이

$$\overline{AE} = \frac{\overline{AB'}}{\cos 30^\circ} = \overline{AB'} \div \cos 30^\circ$$

$$= 4\sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 8$$

$$\therefore \triangle AEB' = \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} \times \sin 30^\circ = 8\sqrt{3}$$

$$\therefore \square DAB'E = 2 \times \triangle AEB' = 2 \times 8\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

34 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

$\triangle ABC \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)이므로

$$\angle DBC = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하면

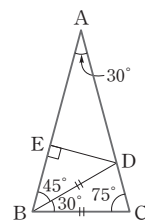
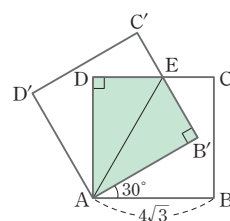
$\triangle EBD$ 에서

$$\overline{DE} = \overline{EB} = 4 \cos 45^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

$\triangle AED$ 에서

$$\overline{AE} = \frac{2\sqrt{2}}{\tan 30^\circ} = 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AE} + \overline{EB} = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} = 2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$



1 원과 직선

35 $\overline{AE} = a$ 라 하면

$$\begin{aligned} \triangle EBF &= \square ABCD - (\triangle ABE + \triangle BCF + \triangle DEF) \\ &= 4a^2 - \left(a^2 + a^2 + \frac{a^2}{2}\right) = \frac{3}{2}a^2 \end{aligned}$$

또, $\triangle BCF$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BF} = \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CF}^2} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5a^2} = \sqrt{5}a$$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BF}$ 에 내린 수선의 발을 G라 하면

$$\triangle EBF = \frac{1}{2} \times \sqrt{5}a \times \overline{EG} = \frac{3}{2}a^2$$

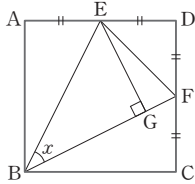
$$\therefore \overline{EG} = \frac{3}{\sqrt{5}}a$$

$\triangle EBG$ 에서 $\overline{BF} = \sqrt{5}a$ 이므로

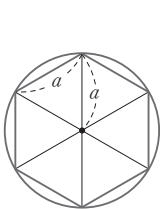
피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned} \overline{BG} &= \sqrt{\overline{BE}^2 - \overline{EG}^2} = \sqrt{(\sqrt{5}a)^2 - \left(\frac{3}{\sqrt{5}}a\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{16}{5}a^2} = \frac{4}{\sqrt{5}}a \end{aligned}$$

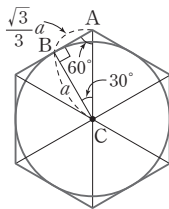
$$\therefore \cos x = \frac{\overline{BG}}{\overline{BE}} = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}a}{\sqrt{5}a} = \frac{4}{5}$$



36



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]과 같이 반지름의 길이가 a 인 원에 내접하는 정육각형은 한 변의 길이가 a 이므로 둘레의 길이는 $6a$ 이다.

또, [그림 2]와 같이 반지름의 길이가 a 인 원에 외접하는 정육각형의 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB} = a \times \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

즉, 정육각형의 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$ 이므로 둘레의 길이는

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}a \times 6 = 4\sqrt{3}a \text{이다.}$$

이때 반지름의 길이가 a 인 원의 둘레의 길이는 $2\pi a$ 이고, 원의 둘레의 길이는 내접하는 정육각형의 둘레의 길이보다 크고 외접하는 정육각형의 둘레의 길이보다 작으므로

$$6a < 2\pi a < 4\sqrt{3}a, \quad 3 < \pi < 2\sqrt{3}$$

따라서 $m=3$, $n=2\sqrt{3}$ 이므로 $m+n=3+2\sqrt{3}$

주제별 실력다지기

52~69쪽

- | | | | |
|---|--|---------------------------------|-------------------|
| 01 ③, ④ | 02 ③ | 03 ② | 04 ② |
| 05 ④ | 06 16 cm | 07 ⑤ | 08 ⑤ |
| 09 ③ | 10 ⑤ | 11 $6\sqrt{2}$ | |
| 12 (가) 90° (나) $\overline{OC}$ (다) RHS (라) $\overline{CN}$ (마) $\frac{1}{2}$ | 13 ② | | |
| 14 40° | 15 ① | 16 $10\sqrt{3}$ cm | 17 ⑤ |
| 18 ⑤ | 19 ① | 20 $16\sqrt{3}$ cm | 21 ④ |
| 22 11π cm ² | 23 64π cm ² | 24 6 cm | |
| 25 10 cm | 26 15 cm | 27 $4\sqrt{15}$ cm | |
| 28 $\frac{17}{2}\pi$ cm | 29 6 cm | 30 ④ | 31 ④ |
| 32 16 | 33 25 | 34 ① | 35 ② |
| 36 $\left(25\sqrt{3} - \frac{25}{3}\pi\right)$ cm ² | 37 $\left(4\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi\right)$ cm ² | | |
| 38 ④ | 39 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ | 40 $8\sqrt{2}$ | 41 ③ |
| 42 5 cm | 43 3 cm | 44 ① | 45 ⑤ |
| 46 $(6-\pi)$ cm ² | 47 ① | | |
| 48 $\left(9 - \frac{9}{4}\pi\right)$ cm ² | 49 ② | 50 ③ | |
| 51 13 cm | 52 ④ | 53 ① | |
| 54 $\frac{24}{5}$ cm | 55 6 cm | 56 12 cm | 57 $\frac{21}{5}$ |
| 58 6 cm ² | 59 ③ | 60 12 | |
| 61 12 cm | 62 $22\sqrt{7}$ cm ² | 63 ② | |
| 64 $\frac{8}{5}$ cm | 65 ④ | 66 2 cm | |
| 67 2 cm | 68 6 cm | 69 24 cm | |
| 70 16 cm | 71 4 | 72 8π cm ² | 73 ④ |
| 74 ③ | 75 $2\sqrt{30}$ cm | 76 $14\sqrt{2}$ cm ² | |
| 77 ⑤ | 78 ④ | 79 ④ | |
| 80 $6\sqrt{3}$ cm ² | | | |

01 ① $3\angle AOB = \angle COD = 90^\circ \quad \therefore \angle AOB = 30^\circ$

② 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

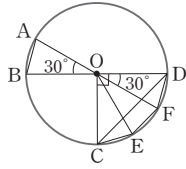
③ 중심각의 크기와 현의 길이는 정비례하지 않는다.

④ 중심각의 크기와 삼각형의 넓이는 정비례하지 않는다.

⑤ 오른쪽 그림에서

$3\overline{AB} = \overline{CE} + \overline{EF} + \overline{FD} > \overline{CD}$ 임을 알 수 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.



02 $\angle BOC = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$ 이므로

$144^\circ : 36^\circ = \widehat{BC} : 5$

$\therefore \widehat{BC} = 20 \text{ cm}$

03 오른쪽 그림에서 $\overline{AO} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$\angle OBC = \angle AOB = 45^\circ$ (엇각)

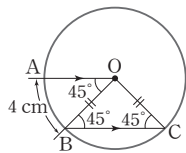
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OCB = \angle OBC = 45^\circ$

$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$

$\widehat{AB} : \widehat{BC} = \angle AOB : \angle BOC$ 에서

$4 : \widehat{BC} = 45^\circ : 90^\circ \quad \therefore \widehat{BC} = 8 \text{ cm}$



04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$ 를 그

면 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로

$\angle ODB = \angle OBD = 30^\circ$

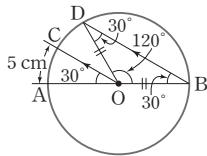
$\therefore \angle BOD = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$

또, $\overline{OC} \parallel \overline{BD}$ 이므로

$\angle AOC = \angle OBD = 30^\circ$ (동위각)

$\widehat{AC} : \widehat{BD} = \angle AOC : \angle BOD$ 에서

$5 : \widehat{BD} = 30^\circ : 120^\circ \quad \therefore \widehat{BD} = 20 \text{ cm}$



05 $\overline{AP} = \overline{AO}$ 이므로 $\angle AOP = \angle APO = \angle a$ 라 하면

$\triangle OPA$ 에서

$\angle OAB = \angle AOP + \angle APO = \angle a + \angle a = 2\angle a$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를

그으면 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

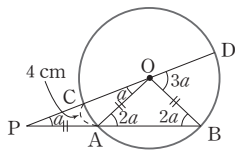
$\angle OBA = \angle OAB = 2\angle a$

$\triangle OPB$ 에서

$\angle BOD = \angle OPB + \angle OBP$

$= \angle a + 2\angle a = 3\angle a$

$4 : \widehat{BD} = \angle a : 3\angle a \quad \therefore \widehat{BD} = 12 \text{ cm}$



06 $\triangle OAH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AH} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OH}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$

$\overline{OH} \perp \overline{AB}$ 이므로 $\overline{AH} = \overline{BH}$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$

07 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이므로 $\overline{AM} = \overline{BM}$ 에서

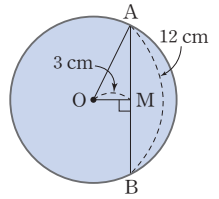
$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

$\triangle OMA$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{OA} = \sqrt{\overline{OM}^2 + \overline{AM}^2} = \sqrt{3^2 + 6^2}$
 $= \sqrt{45} = 3\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore (\text{원 O의 넓이}) = \pi \times (3\sqrt{5})^2$
 $= 45\pi(\text{cm}^2)$



08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면

$\overline{OB} = \overline{OC} = 8 \text{ cm}$ 이므로

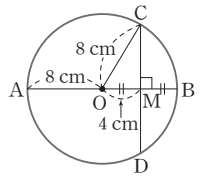
$\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{OB} = 4(\text{cm})$

$\triangle COM$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{CM} = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{OM}^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

또, $\overline{OM} \perp \overline{CD}$ 이므로 $\overline{CM} = \overline{DM}$

$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CM} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$



09 $\overline{CD} = 10 \text{ cm}$ 이므로

$\overline{OC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$

$\therefore \overline{OM} = 5 - 2 = 3(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면

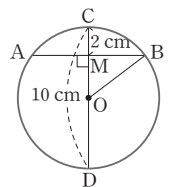
$\overline{OB} = \overline{OC} = 5 \text{ cm}$ 이므로

직각삼각형 OBM 에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BM} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{OM}^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4(\text{cm})$

또, $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이므로 $\overline{AM} = \overline{BM}$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BM} = 2 \times 4 = 8(\text{cm})$



10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA} = r \text{ cm}$ 라

하면

$\overline{OM} = (r - 3) \text{ cm}$

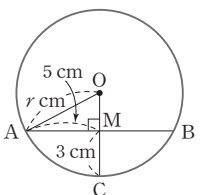
$\triangle OAM$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{OA}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{AM}^2$ 이므로

$r^2 = (r - 3)^2 + 5^2$

$6r = 34 \quad \therefore r = \frac{17}{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{17}{3} \text{ cm}$ 이다.



$$\widehat{AB} = 2\pi \times 12 \times \frac{\angle x}{360^\circ} = 2\pi \times 3 \quad \therefore \angle x = 90^\circ$$

직각삼각형 AOB에서 피타고라스 정리에 의해

$$\widehat{AB} = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

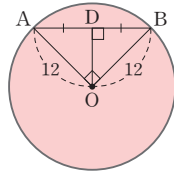
오른쪽 그림의 점 O에서 $\widehat{AB}$ 에 내린 수선의 발을 D라 하면

$$\widehat{DB} = \frac{1}{2}\widehat{AB} = 6\sqrt{2}$$

직각삼각형 OBD에서 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned}\widehat{OD} &= \sqrt{OB^2 - BD^2} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{72} = 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

따라서 원의 중심 O와 현 AB 사이의 거리는 $6\sqrt{2}$ 이다.



13 $\widehat{OM} = \widehat{ON} = 3$ cm이므로

$\triangle OAM$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\widehat{AM} = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4(\text{cm})$$

$\widehat{OM} \perp \widehat{AB}$ 이므로

$$\widehat{BM} = \widehat{AM} = 4 \text{ cm} \quad \therefore x = 4$$

$\widehat{OM} = \widehat{ON}$ 이므로

$$\widehat{CD} = \widehat{AB} = 2\widehat{AM} = 8(\text{cm}) \quad \therefore y = 8$$

$$\therefore x + y = 4 + 8 = 12$$

14 $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ 이므로 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$

즉, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle B = \angle C = 70^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$$

15 $\square DBEO$ 에서

$$\angle B = 360^\circ - (90^\circ + 115^\circ + 90^\circ) = 65^\circ$$

$\widehat{OD} = \widehat{OF}$ 이므로 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$

즉, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle C = \angle B = 65^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 2 \times 65^\circ = 50^\circ$$

16 $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ 이므로 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$

즉, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\widehat{BC}$ 에

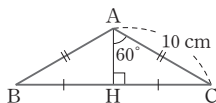
내린 수선의 발을 H라 하면

$$\angle CAH = 60^\circ$$

$\triangle CAH$ 에서 $\widehat{CA} : \widehat{CH} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로

$$10 : \widehat{CH} = 2 : \sqrt{3} \quad \therefore \widehat{CH} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\widehat{CH} = \widehat{BH} \text{이므로 } \widehat{BC} = 2\widehat{CH} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$$



17 $\widehat{OM} = \widehat{ON}$ 이므로 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$

즉, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

$\square AMON$ 에서

$$\angle MAN = 360^\circ - (90^\circ + 120^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$$

$$\text{이때 } \angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ \text{이므로}$$

$\triangle ABC$ 는 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형이다.

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 60^\circ = 16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

18 $\widehat{OL} = \widehat{OM} = \widehat{ON}$ 이므로 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CA}$

$\widehat{OL} \perp \widehat{AB}$ 이므로 $\widehat{BL} = \widehat{AL} = 5$ cm

따라서 $\triangle ABC$ 는 한 변의 길이가 10 cm인 정삼각형이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 60^\circ = 25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

19 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서

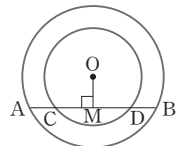
$\widehat{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$\widehat{AM} = \widehat{BM}$, $\widehat{CM} = \widehat{DM}$ 이므로

$$\widehat{AM} = \frac{1}{2}\widehat{AB} = 5(\text{cm})$$

$$\widehat{CM} = \frac{1}{2}\widehat{CD} = 3(\text{cm})$$

$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{AM} - \widehat{CM} = 5 - 3 = 2(\text{cm})$$



20 오른쪽 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 작은 원의 접

선이므로

$$\widehat{OT} \perp \widehat{AB}$$

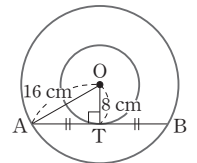
또, 큰 원의 현이므로

$$\widehat{AT} = \widehat{BT}$$

$\triangle OAT$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\widehat{AT} = \sqrt{OA^2 - OT^2} = \sqrt{16^2 - 8^2} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \widehat{AB} = 2\widehat{AT} = 16\sqrt{3}(\text{cm})$$



21 오른쪽 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 작은 원의

접선이므로

$$\widehat{OP} \perp \widehat{AB}$$

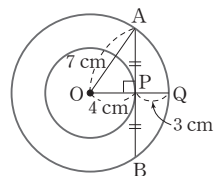
또, 큰 원의 현이므로

$$\widehat{AP} = \widehat{BP}$$

$\triangle OPA$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\widehat{AP} = \sqrt{OA^2 - OP^2} = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}(\text{cm})$$

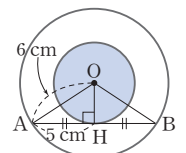
$$\therefore \widehat{AB} = 2\widehat{AP} = 2\sqrt{33}(\text{cm})$$



22 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서

현 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\widehat{AH} = \widehat{BH} = \frac{1}{2}\widehat{AB} = 5(\text{cm})$$



직각삼각형 OAH에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OH} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{AH}^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}(\text{cm})$$

따라서 작은 원의 넓이는

$$\pi \times (\sqrt{11})^2 = 11\pi(\text{cm}^2)$$

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 는 작은 원의

접선이므로 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$

또, 큰 원의 현이므로

$$\overline{AM} = \overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 8(\text{cm})$$

$\overline{OA} = R \text{ cm}$, $\overline{OM} = r \text{ cm}$ 라 하면

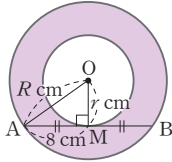
$\triangle OAM$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OA}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{AM}^2, R^2 = r^2 + 8^2$$

$$\therefore R^2 - r^2 = 64$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = 64\pi(\text{cm}^2)$$



24 오른쪽 그림과 같이 작은 원과 $\overline{AB}$

의 접점을 C, $\overline{OA} = R \text{ cm}$, $\overline{OC} = r \text{ cm}$

라 하면

(색칠한 부분의 넓이)

$$= (\text{큰 원의 넓이}) - (\text{작은 원의 넓이})$$

$$= \pi R^2 - \pi r^2 = 9\pi$$

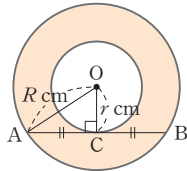
$$\therefore R^2 - r^2 = 9$$

또, $\overline{OC} \perp \overline{AB}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{BC}$

$\triangle OAC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OC}^2} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{9} = 3(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AC} = 6(\text{cm})$$



25 오른쪽 그림과 같이 원의 중심

O는 현 AB의 수직이등분선인 $\overline{CM}$

의 연장선 위에 있으므로

$\overline{OB} = r \text{ cm}$ 라 하면

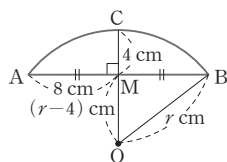
$$\overline{OM} = (r - 4) \text{ cm}$$

$\triangle OBM$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OB}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MB}^2 \text{ 이므로}$$

$$r^2 = (r - 4)^2 + 8^2, 8r = 80 \quad \therefore r = 10$$

따라서 원의 반지름의 길이는 10 cm이다.



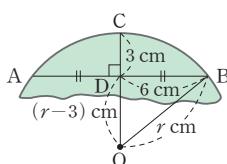
26 오른쪽 그림과 같이 원의 중심

O는 현 AB의 수직이등분선인 $\overline{CD}$

의 연장선 위에 있으므로

$\overline{OB} = r \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{OD} = (r - 3) \text{ cm}$$



$$\overline{BD} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 6(\text{cm})$$

$\triangle OBD$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OB}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{BD}^2 \text{ 이므로}$$

$$r^2 = (r - 3)^2 + 6^2, 6r = 45 \quad \therefore r = \frac{15}{2}$$

따라서 도자기 그릇의 지름의 길이는

$$2 \times \frac{15}{2} = 15(\text{cm})$$

27 오른쪽 그림과 같이 원의 중심

O는 현 AB의 수직이등분선인 $\overline{CM}$

의 연장선 위에 있으므로

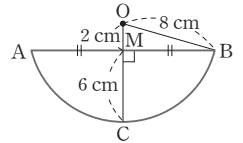
$$\overline{OB} = 8 \text{ cm}, \overline{OM} = 2 \text{ cm}$$

$\triangle OMB$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BM} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{OM}^2} = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}(\text{cm})$$

$$\overline{AM} = \overline{BM} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{BM} = 4\sqrt{15}(\text{cm})$$



28 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA} = r \text{ cm}$

라 하면 $\overline{OH} = (8 - r) \text{ cm}$

$\triangle OHA$ 에서

$\overline{AH} = \overline{BH} = 2 \text{ cm}$ 이므로 피타고라스

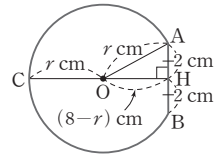
정리에 의해

$$\overline{OA}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AH}^2 \text{ 에서}$$

$$r^2 = (8 - r)^2 + 2^2, 16r = 68 \quad \therefore r = \frac{17}{4}$$

따라서 원의 둘레의 길이는

$$2\pi \times \frac{17}{4} = \frac{17}{2}\pi(\text{cm})$$



29 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에

서 $\overline{AB}$ 에 그은 수선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점

을 H라 하면 $\overline{OH} = \overline{CH} = \sqrt{3} \text{ cm}$,

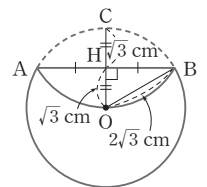
$$\overline{OB} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\triangle OBH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BH} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{OH}^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{9} = 3(\text{cm})$$

따라서 $\overline{AH} = \overline{BH} = 3 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{AB} = 2\overline{BH} = 6(\text{cm})$$



30 오른쪽 그림에서

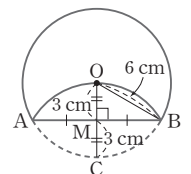
$\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이므로 $\overline{AM} = \overline{BM}$

$\overline{OM}$ 의 연장선과 $\widehat{AB}$ 의 교점을 C라 하면

$$\overline{OM} = \overline{MC} = 3 \text{ cm}, \overline{OB} = 6 \text{ cm}$$

$\triangle OBM$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BM} = \sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{OM}^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$



$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BM} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

31 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{OH} = \overline{CH} = \frac{r}{2} \text{ cm}, \overline{OA} = r \text{ cm}$$

$\triangle AOH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

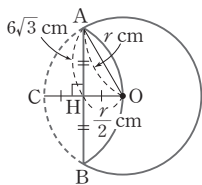
$$\overline{OA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2 \text{ 이므로}$$

$$r^2 = (6\sqrt{3})^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2, \frac{3}{4}r^2 = 108, r^2 = 144$$

$$\therefore r = 12 (\because r > 0)$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 12 = 24\pi(\text{cm})$$



32 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 와

$\overline{OO'}$ 의 교점을 M이라 하면

$$\overline{AB} \perp \overline{OO'}, \overline{AM} = \overline{BM}$$

$\overline{OM} = x$ 라 하면

$$\overline{O'M} = 21 - x \text{ 이므로}$$

$\triangle AOM$ 과 $\triangle AO'M$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AM}^2 = \overline{AO}^2 - \overline{OM}^2 = \overline{AO'}^2 - \overline{O'M}^2$$

$$10^2 - x^2 = 17^2 - (21 - x)^2$$

$$42x = 252 \quad \therefore x = 6$$

따라서 $\triangle AOM$ 에서

$$\overline{AM} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{OM}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 8 = 16$$

참고 $\triangle AOO'$ 과 $\triangle BOO'$ 에서

$\overline{AO} = \overline{BO}$, $\overline{AO'} = \overline{BO'}$, $\overline{OO'}$ 은 공통이므로

$\triangle AOO' \equiv \triangle BOO'$ (SSS 합동)

$$\therefore \angle AOO' = \angle BOO'$$

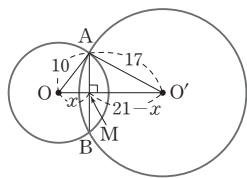
$\triangle AOM$ 과 $\triangle BOM$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$,

$\angle AOM = \angle BOM$, $\overline{OM}$ 은 공통이므로

$\triangle AOM \equiv \triangle BOM$ (SAS 합동)

$$\therefore \angle AMO = \angle BMO = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ, \overline{AM} = \overline{BM}$$

따라서 두 원의 중심을 이은 선은 두 원의 공통인 현을 수직이등분한다.



$$\textbf{33} \quad \overline{PB} = \overline{PA} = 12$$

$\triangle PBO$ 에서 $\angle PBO = 90^\circ$ 이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{PO} = \sqrt{\overline{OB}^2 + \overline{BP}^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$$

$$\therefore \overline{PB} + \overline{PO} = 12 + 13 = 25$$

34 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$$

이때 $\angle PAO = 90^\circ$ 이므로

$$\angle x = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$$

35 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 이므로

$$\angle AOB = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\therefore (\text{부채꼴 OAB의 넓이}) = \pi \times 4^2 \times \frac{135^\circ}{360^\circ} = 6\pi(\text{cm}^2)$$

36 $\angle AOB = 180^\circ - \angle APB$

$$= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$ 를 그으면

$\triangle OPA \equiv \triangle OPB$ (RHS 합동)

이므로 $\angle OPA = \angle OPB = 30^\circ$

또, $\triangle OPB$ 에서

$\angle OPB = 30^\circ$ 이므로 (또는 $\angle POB = 60^\circ$ 이므로)

$$\overline{OB} : \overline{BP} = 1 : \sqrt{3}$$

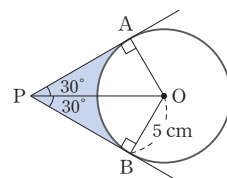
$$\text{즉, } 5 : \overline{BP} = 1 : \sqrt{3} \quad \therefore \overline{BP} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= 2\triangle OPB - (\text{부채꼴 OAB의 넓이})$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{3} \right) - \pi \times 5^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ}$$

$$= 25\sqrt{3} - \frac{25}{3}\pi(\text{cm}^2)$$



37 $\angle AOB = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\triangle OPA \equiv \triangle OPB$ (RHS 합동)이므로

$$\angle OPA = \angle OPB = 30^\circ$$

따라서 $\triangle OPA$ 에서

$$\overline{OP} : \overline{OA} : \overline{AP} = 2 : 1 : \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$4 : \overline{OA} : \overline{AP} = 2 : 1 : \sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{OA} = 2 \text{ cm}, \overline{AP} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= 2\triangle OPA - (\text{부채꼴 OAB의 넓이})$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} \right) - \pi \times 2^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ}$$

$$= 4\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi(\text{cm}^2)$$

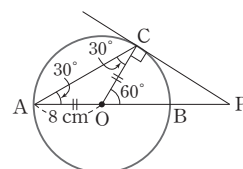
38 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를

그으면 $\triangle AOC$ 에서

$\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle POC = \angle OAC + \angle OCA$$

$$= 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$



△OPC에서

$$\overline{OP} : \overline{OC} : \overline{PC} = 2 : 1 : \sqrt{3} \text{이므로}$$

$$\overline{OP} : 8 : \overline{PC} = 2 : 1 : \sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{OP} = 16 \text{ cm}, \overline{PC} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{PB} + \overline{PC} = (\overline{OP} - \overline{OB}) + \overline{PC}$$

$$= (16 - 8) + 8\sqrt{3}$$

$$= 8 + 8\sqrt{3} = 8(1 + \sqrt{3}) \text{ (cm)}$$

39 오른쪽 그림과 같이 원 R와

$\overline{OB}$ 의 접점을 M, 점 Q에서 $\overline{RM}$

에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{RM} = 4, \overline{QR} = 2 + 4 = 6,$$

$$\overline{RH} = 2$$

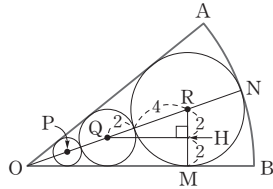
△RQH에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{QH} = \sqrt{\overline{QR}^2 - \overline{RH}^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

또, $\angle AOB = x$ 이고, $\angle AOR = \angle BOR$ 이므로

$$\angle ROM = \angle RQH = \frac{x}{2}$$

$$\therefore \tan \frac{x}{2} = \frac{\overline{RH}}{\overline{QH}} = \frac{2}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$



40 오른쪽 그림과 같이 점 P에

서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 M이

라 하면

△APM과 △AQE에서

$\angle A$ 는 공통, $\angle AMP = \angle AEQ = 90^\circ$ 이므로

△APM ∽ △AQE (AA 닮음)

$$\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{MP} : \overline{EQ} \text{에서}$$

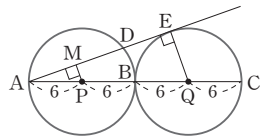
$$6 : 18 = \overline{MP} : 6 \quad \therefore \overline{MP} = 2$$

△APM에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AM} = \sqrt{\overline{AP}^2 - \overline{MP}^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

또, 원의 중심 P에서 현 AD에 내린 수선은 현을 수직이등분하므로

$$\overline{AD} = 2\overline{AM} = 2 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$



41 $\overline{CF} = \overline{CE} = 5 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{AD} = \overline{AF} = 7 - 5 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} = 13 - 2 = 11 \text{ (cm)}$$

42 $\overline{AD} = x \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{BE} = \overline{BD} = (8 - x) \text{ cm}, \overline{CE} = \overline{CF} = (12 - x) \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} \text{에서}$$

$$10 = (8 - x) + (12 - x), 2x = 10$$

$$\therefore x = 5$$

따라서 $\overline{AD}$ 의 길이는 5 cm이다.

43 $\overline{BE} = \overline{BD} = 9 \text{ cm}$, $\overline{CF} = \overline{CE} = 4 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{AD} = \overline{AF} = x \text{ cm} \text{라 하면}$$

$$2(x + 9 + 4) = 32 \quad \therefore x = 3$$

따라서 $\overline{AD}$ 의 길이는 3 cm이다.

44 $\overline{BD} = \overline{BE} = 6 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{AD} = 10 - 6 = 4 \text{ (cm)}$$

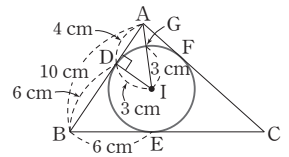
오른쪽 그림과 같이 $\overline{DI}$ 를 그으

면 △AID에서 피타고라스 정리

에 의해

$$\overline{AI} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{ID}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AG} = \overline{AI} - \overline{GI} = 5 - 3 = 2 \text{ (cm)}$$



45 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2 \text{ cm}$,

$\overline{CF} = \overline{CE} = 6 \text{ cm}$ 이고

△ABC는 직각삼각형이므로

오른쪽 그림과 같이

$\overline{AD} = \overline{AF} = x \text{ cm}$ 라 하면 피타고

라스 정리에 의해

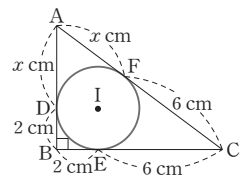
$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \text{이므로}$$

$$(x + 6)^2 = (x + 2)^2 + 8^2$$

$$8x = 32 \quad \therefore x = 4$$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 6 + 8 + 10 = 24 \text{ (cm)}$$



46 △ABC는 직각삼각형이므로

피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 원 I의 반지름

의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{CF} = \overline{CE} = r \text{ cm} \text{이므로}$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = (4 - r) \text{ cm}$$

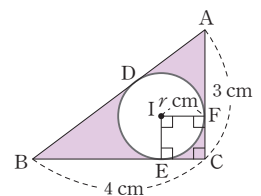
$$\overline{AD} = \overline{AF} = (3 - r) \text{ cm}$$

$$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD} \text{에서}$$

$$5 = (4 - r) + (3 - r), 2r = 2 \quad \therefore r = 1$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} \triangle ABC - (\text{원 I의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 - \pi \times 1^2 \\ &= 6 - \pi \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$



47 오른쪽 그림과 같이 원 I의 반

지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{AD} = \overline{AF} = r$ cm이고

$\overline{BD} = \overline{BE} = 6$ cm,

$\overline{CF} = \overline{CE} = 4$ cm이므로

$\overline{AB} = (6+r)$ cm, $\overline{AC} = (4+r)$ cm

이때 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

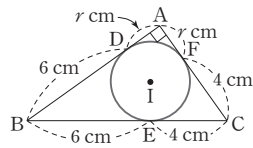
$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 에서

$$10^2 = (6+r)^2 + (4+r)^2$$

$$r^2 + 10r - 24 = 0, (r+12)(r-2) = 0$$

$$\therefore r = 2 (\because r > 0)$$

따라서 원 I의 반지름의 길이는 2 cm이다.



48 $\overline{BD} = \overline{BE} = 9$ cm,

$\overline{CE} = \overline{CF} = 6$ cm

오른쪽 그림과 같이

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$ cm라 하면

$\overline{AB} = (x+9)$ cm, $\overline{BC} = 15$ cm, $\overline{CA} = (x+6)$ cm

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로

$$15^2 = (x+9)^2 + (x+6)^2, x^2 + 15x - 54 = 0$$

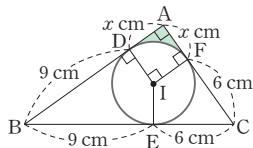
$$(x+18)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 3 (\because x > 0)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$(\text{정사각형 ADIF의 넓이}) - \frac{1}{4} \times (\text{원 I의 넓이})$$

$$= 3^2 - \frac{1}{4} \times \pi \times 3^2 = 9 - \frac{9}{4}\pi (\text{cm}^2)$$



49 $\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 에서

$$5 + 9 = 6 + \overline{CD} \quad \therefore \overline{CD} = 8 \text{ cm}$$

50 $\overline{AS} = \overline{AP} = 2$ cm, $\overline{DS} = \overline{DR} = 3$ cm이므로

$\overline{AD} = \overline{AS} + \overline{DS} = 2 + 3 = 5$ (cm)

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로

$\square ABCD$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 2(\overline{AD} + \overline{BC})$$

$$= 2 \times (5 + 12) = 34 (\text{cm})$$

51 오른쪽 그림과 같이 $\overline{SQ} = 12$ cm

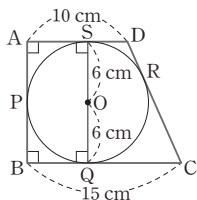
이므로

$\overline{AB} = 12$ cm

$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 에서

$$10 + 15 = 12 + \overline{CD}$$

$$\therefore \overline{CD} = 13 \text{ cm}$$



52 오른쪽 그림과 같이

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$$

$$= 5 + 7 = 12 (\text{cm})$$

$\square ABCD$

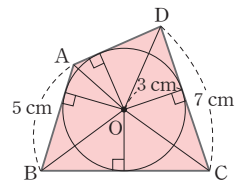
$$= \triangle OAB + \triangle OBC$$

$$+ \triangle OCD + \triangle ODA$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{AB} + \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{BC} + \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{CD} + \frac{1}{2} \times 3 \times \overline{AD}$$

$$= \frac{3}{2} \{ (\overline{AB} + \overline{CD}) + (\overline{AD} + \overline{BC}) \}$$

$$= \frac{3}{2} \times (12 + 12) = 36 (\text{cm}^2)$$



53 오른쪽 그림에서 $\square OQCR$ 는 한

변의 길이가 2 cm인 정사각형이므로

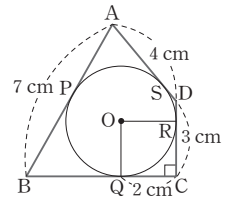
$\overline{CQ} = 2$ cm

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 에서

$$7 + 3 = 4 + \overline{BC}$$

$$\therefore \overline{BC} = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{BQ} = \overline{BC} - \overline{CQ} = 6 - 2 = 4 (\text{cm})$$



54 오른쪽 그림과 같이

$\overline{AD} = x$ cm, 점 D에서 $\overline{BC}$ 에

내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{BH} = \overline{AD} = x \text{ cm},$$

$$\overline{CH} = (8-x) \text{ cm}$$

$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 에서

$$x + 8 = 6 + \overline{CD} \quad \therefore \overline{CD} = (x+2) \text{ cm}$$

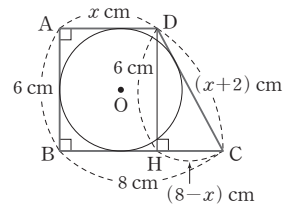
$\triangle CDH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{CD}^2 = \overline{DH}^2 + \overline{CH}^2$ 이므로

$$(x+2)^2 = 6^2 + (8-x)^2$$

$$20x = 96 \quad \therefore x = \frac{24}{5}$$

따라서 $\overline{AD}$ 의 길이는 $\frac{24}{5}$ cm이다.



55 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 에서

$$\overline{AB} + \overline{CD} = 8 + 18 = 26 (\text{cm})$$

이때 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로

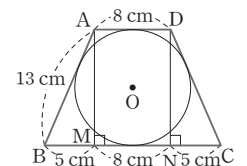
$$\overline{AB} = \overline{CD} = 13 \text{ cm}$$

오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서

$\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면

$$\overline{MN} = \overline{AD} = 8 \text{ cm} \text{이므로}$$

$$\overline{BM} = \overline{CN} = \frac{1}{2} \times (18 - 8) = 5 (\text{cm})$$



△ABM에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AM} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BM}^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{원 O의 반지름의 길이}) = \frac{1}{2} \overline{AM} = 6(\text{cm})$$

56 △CDE는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned} \overline{CD} &= \sqrt{\overline{DE}^2 - \overline{CE}^2} \\ &= \sqrt{10^2 - 6^2} \\ &= \sqrt{64} = 8(\text{cm}) \end{aligned}$$

오른쪽 그림과 같이

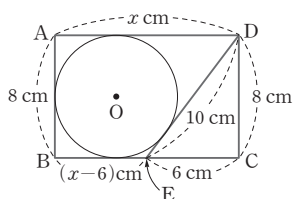
$\overline{AD} = x \text{ cm}$ 라 하면

$\overline{BE} = (x-6) \text{ cm}$

□ABED는 원 O에 외접하므로

$$x + (x-6) = 8 + 10, 2x = 24 \quad \therefore x = 12$$

따라서 $\overline{AD}$ 의 길이는 12 cm이다.



57 $\overline{DI} = \overline{DH} = 2$

$\overline{CG} = \overline{CH} = 2$

$\overline{BF} = \overline{BG} = 7 - 2 = 5$

오른쪽 그림과 같이

$\overline{EI} = \overline{EF} = x$ 라 하면

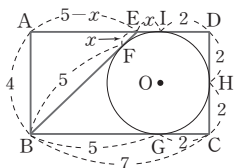
직각삼각형 ABE에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 \text{ 이므로}$$

$$(x+5)^2 = 4^2 + (5-x)^2$$

$$20x = 16 \quad \therefore x = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \overline{AE} = 5 - x = 5 - \frac{4}{5} = \frac{21}{5}$$



58 $\overline{BF} = \overline{BE} = 2 \text{ cm}$

$\overline{AH} = \overline{AE} = 2 \text{ cm}$

$\overline{DG} = \overline{DH} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이

$\overline{IF} = \overline{IG} = x \text{ cm}$ 라 하면

$\overline{IC} = (4-x) \text{ cm}$, $\overline{DI} = (x+4) \text{ cm}$

직각삼각형 CDI에서 피타고라스 정리에 의해

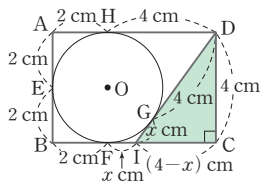
$$\overline{DI}^2 = \overline{CI}^2 + \overline{CD}^2 \text{ 이므로}$$

$$(x+4)^2 = (4-x)^2 + 4^2$$

$$16x = 16 \quad \therefore x = 1$$

따라서 $\overline{IC} = 4 - 1 = 3(\text{cm})$ 이므로

$$\triangle DIC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\text{cm}^2)$$



59 원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \overline{AB} = 4$$

오른쪽 그림과 같이 원 O'의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{OO'} = 4 + r, \overline{OH} = 4 - r,$$

$$\overline{HO'} = 9 - (4 + r) = 5 - r$$

직각삼각형 OHO'에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2 \text{ 이므로}$$

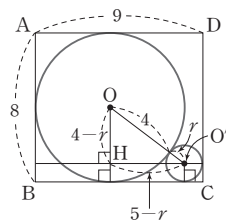
$$(4+r)^2 = (4-r)^2 + (5-r)^2$$

$$r^2 - 26r + 25 = 0, (r-1)(r-25) = 0$$

$$\therefore r = 1 (\because r < 4)$$

따라서 두 원 O, O'의 반지름의 길이의 차는

$$4 - 1 = 3$$



60 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름

의 길이를 r , 점 O에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{EH} = r - 4, \overline{OE} = r, \overline{OH} = 18 - r$$

직각삼각형 OEH에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OE}^2 = \overline{EH}^2 + \overline{OH}^2 \text{ 이므로}$$

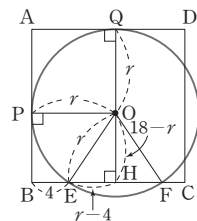
$$r^2 = (r-4)^2 + (18-r)^2, r^2 - 44r + 340 = 0$$

$$(r-10)(r-34) = 0$$

$$\therefore r = 10 (\because r < 18)$$

따라서 $\overline{EH} = 10 - 4 = 6$ 이고, 원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 수직이등분하므로

$$\overline{EF} = 2\overline{EH} = 12$$



61 오른쪽 그림과 같이 점 D에

서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{BH} = \overline{AD} = 4 \text{ cm 이므로}$$

$$\overline{CH} = 9 - 4 = 5(\text{cm})$$

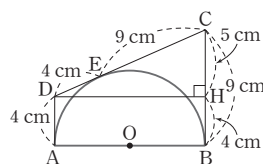
또, $\overline{DE} = \overline{DA} = 4 \text{ cm}$, $\overline{CE} = \overline{CB} = 9 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{DE} = 13(\text{cm})$$

직각삼각형 CDH에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{DH} = \sqrt{\overline{CD}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{DH} = 12 \text{ cm}$$

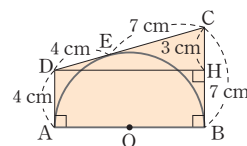


62 $\overline{DE} = \overline{DA} = 4 \text{ cm}$,

$\overline{CE} = \overline{CB} = 7 \text{ cm}$ 이므로

$$\overline{CD} = 4 + 7 = 11(\text{cm})$$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$



에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 CDH에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{DH} = \sqrt{\overline{CD}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{11^2 - 3^2} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}(\text{cm})$$

$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{DH} \\ &= \frac{1}{2} \times (4 + 7) \times 4\sqrt{7} = 22\sqrt{7}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

63 $\overline{DA} = \overline{DE} = 3 \text{ cm}$,

$\overline{CE} = \overline{CB} = 8 \text{ cm}$ 이므로

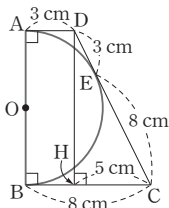
$$\overline{CD} = 3 + 8 = 11(\text{cm})$$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 CDH에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{DH} = \sqrt{\overline{CD}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{11^2 - 5^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

따라서 반원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{DH} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$



64 $\overline{DP} = \overline{DC} = 10 \text{ cm}$ 이고

오른쪽 그림과 같이

$\overline{EB} = \overline{EP} = x \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{AE} = (10 - x) \text{ cm}$$

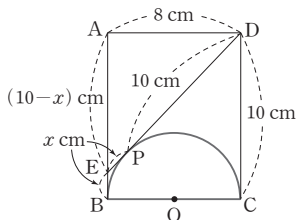
직각삼각형 ADE에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{DE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 \text{ 이므로}$$

$$(x + 10)^2 = 8^2 + (10 - x)^2$$

$$40x = 64 \quad \therefore x = \frac{8}{5}$$

따라서 $\overline{EB}$ 의 길이는 $\frac{8}{5} \text{ cm}$ 이다.



65 $\overline{DP} = \overline{DC} = 12 \text{ cm}$ 이고

오른쪽 그림과 같이

$\overline{EB} = \overline{EP} = x \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{AE} = (12 - x) \text{ cm}$$

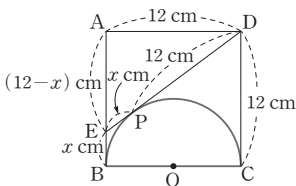
직각삼각형 ADE에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{DE}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AE}^2 \text{ 이므로}$$

$$(x + 12)^2 = 12^2 + (12 - x)^2$$

$$48x = 144 \quad \therefore x = 3$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{EP} + \overline{DP} = 3 + 12 = 15(\text{cm})$$



66 $\overline{FA} = \overline{FE} = x \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{DF} = (5 - x) \text{ cm}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를 그

으면 직각삼각형 BCE에서

$\overline{BE} = \overline{BA} = 4 \text{ cm}$ 이므로 피타고라스 정리에 의해

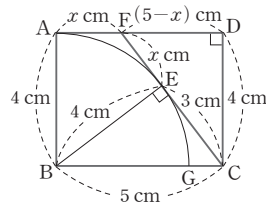
$$\overline{CE} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{BE}^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3(\text{cm})$$

직각삼각형 CDF에서

$$(x + 3)^2 = 4^2 + (5 - x)^2$$

$$16x = 32 \quad \therefore x = 2$$

따라서 $\overline{FE}$ 의 길이는 2 cm이다.



67 $\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{AD} + \overline{AF} &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} \\ &= 6 + 3 + 7 = 16(\text{cm}) \end{aligned}$$

$\overline{AD} = \overline{AF}$ 이므로 $\overline{AD} = 8 \text{ cm}$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$$

다른 풀이

$2\overline{AD} = (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$ 이므로

$$2\overline{AD} = 3 + 6 + 7 = 16 \quad \therefore \overline{AD} = 8 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$$

68 $\overline{CD} = \overline{CE} = 10 \text{ cm}$ 이므로 $\overline{AD} = 10 - 8 = 2(\text{cm})$

따라서 $\overline{AF} = \overline{AD} = 2 \text{ cm}$,

$\overline{BF} = \overline{BE} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$$

다른 풀이

$2\overline{CE} = (\triangle ABC \text{의 둘레의 길이})$ 이므로

$$2 \times 10 = 8 + \overline{AB} + 6 \quad \therefore \overline{AB} = 6 \text{ cm}$$

69 $\angle OAP = 90^\circ$ 이므로

$\triangle OAP$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{PA} = \sqrt{\overline{OP}^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{PB} = \overline{PA} = 12 \text{ cm}$$

이때 $\overline{QA} = \overline{QC}$, $\overline{RB} = \overline{RC}$ 이므로

$$\begin{aligned} (\triangle PRQ \text{의 둘레의 길이}) &= \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{PR} \\ &= \overline{PQ} + (\overline{QC} + \overline{RC}) + \overline{PR} \\ &= \overline{PQ} + (\overline{QA} + \overline{RB}) + \overline{PR} \\ &= \overline{PA} + \overline{PB} \\ &= 2\overline{PA} = 24(\text{cm}) \end{aligned}$$

다른 풀이

$$(\triangle PRQ \text{의 둘레의 길이}) = 2\overline{PA} = 2 \times 12 = 24(\text{cm})$$

70 $\overline{CE} = \overline{CF} = x$ cm라 하면

$$\overline{BD} = \overline{BE} = (13 - x) \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = \overline{AF} = (12 - x) \text{ cm}$$

$$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD} \text{이므로}$$

$$9 = (13 - x) + (12 - x), 2x = 16 \quad \therefore x = 8$$

따라서 $\triangle CGH$ 의 둘레의 길이는

$$2\overline{CE} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$$

71 $\overline{AF} = \overline{AD}$, $\overline{BD} = \overline{BP}$, $\overline{CF} = \overline{CP}$ 이므로

$$\overline{CP} = \overline{CF} = x \text{라 하면}$$

$$\overline{AD} = \overline{AF} = 9 - x, \overline{BD} = \overline{BP} = 8 - x$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} \text{이므로}$$

$$13 = (9 - x) + (8 - x), 2x = 4 \quad \therefore x = 2$$

$\overline{AE}$, $\overline{AG}$, $\overline{BC}$ 는 원 O' 의 접선이므로

$$\overline{AE} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$$

$$= \frac{1}{2} \times (13 + 8 + 9) = 15$$

따라서 $\overline{BQ} = \overline{BE} = \overline{AE} - \overline{AB} = 15 - 13 = 2$ 이므로

$$\overline{PQ} = \overline{BC} - (\overline{CP} + \overline{BQ}) = 8 - (2 + 2) = 4$$

72 $P + Q = (\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times 4^2 = 8\pi(\text{cm}^2)$$

73 ($\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 24\pi - 6\pi$
 $= 18\pi(\text{cm}^2)$

이므로

$$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2 = 18\pi, \overline{AC}^2 = 144$$

$$\therefore \overline{AC} = 12 \text{ cm} (\because \overline{AC} > 0)$$

74 (반원 Q의 넓이) $= \frac{1}{2} \times \pi \times (\sqrt{2})^2 = \pi(\text{cm}^2)$

따라서 (반원 P의 넓이) $+ \pi = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이므로

$$(\text{반원 P의 넓이}) = 15\pi \text{ cm}^2$$

75 오른쪽 그림과 같이

($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times (6\sqrt{2})^2$$

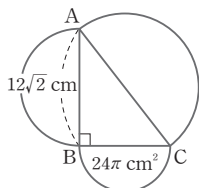
$$= 36\pi(\text{cm}^2)$$

($\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 36\pi + 24\pi$

$$= 60\pi(\text{cm}^2)$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2 = 60\pi$$

$$\overline{AC}^2 = 480 \quad \therefore \overline{AC} = 4\sqrt{30} \text{ cm} (\because \overline{AC} > 0)$$



따라서 가장 큰 반원의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{30} = 2\sqrt{30}(\text{cm})$$

76 $\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{9^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{49} = 7(\text{cm})$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= \triangle ABC$

$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 7 = 14\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

77 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같으므로

$$16\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{AC} \quad \therefore \overline{AC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}(\text{cm})$$

78 $\triangle ABC = S_1 + S_2 = 18\pi \text{ cm}^2$ 이므로

(빗금친 부분의 넓이)

$$= (\overline{BC}$$
를 지름으로 하는 반원의 넓이) $- \triangle ABC$

$$= \frac{1}{2} \times \pi \times 8^2 - 18\pi = 14\pi(\text{cm}^2)$$

79 $\triangle ABD$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AD} = \sqrt{\overline{BD}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2}$$

$$= \sqrt{64} = 8(\text{cm})$$

오른쪽 그림의 두 직각삼각형

ABD 와 BCD 에서

$$S_1 + S_2 = \triangle ABD, S_3 + S_4 = \triangle BCD$$

$$\therefore S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$= \triangle ABD + \triangle BCD$$

$$= \square ABCD$$

$$= 8 \times 6 = 48(\text{cm}^2)$$

다른 풀이

(색칠한 부분의 넓이)

$$= 2 \times \{(\overline{AB}$$
를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$$+ (\overline{AD}$$
를 지름으로 하는 반원의 넓이)\}

$$+ \square ABCD - (\overline{BD}$$
를 지름으로 하는 원의 넓이)

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 9\pi + \frac{1}{2} \times 16\pi\right) + 48 - 25\pi$$

$$= 48(\text{cm}^2)$$

80 $\triangle AHC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

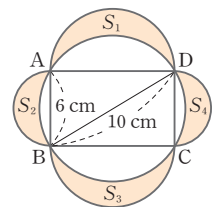
$$\overline{HC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AH}^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{HC} \times \overline{BC} \text{이므로}$$

$$6^2 = 3\sqrt{3} \times \overline{BC} \quad \therefore \overline{BC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= \triangle ABC$

$$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 3 = 6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$



2 원주각

주제별 실력다지기

73~79쪽

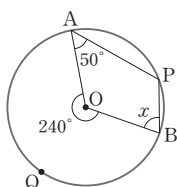
01 ①	02 ④	03 ①	04 ③
05 ④	06 $48\pi \text{ cm}^2$	07 ④	08 90°
09 40°	10 ②	11 ②	12 ③
13 ⑤	14 ④	15 ③	16 ①
17 ⑤	18 ①	19 ③	20 66°
21 ⑤	22 ⑤	23 35°	24 23°
25 ④	26 ②	27 60°	28 ④
29 65°	30 ①	31 ③	32 ⑤
33 85°			

01 $\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$
 $\triangle AOB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$

02 $\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$
 $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$

03 $\angle y = 2\angle BDC = 2 \times 120^\circ = 240^\circ$
 $\angle BOC = 360^\circ - \angle y$
 $= 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$
 이므로
 $\angle x = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$
 $\therefore \angle y - \angle x = 240^\circ - 60^\circ = 180^\circ$

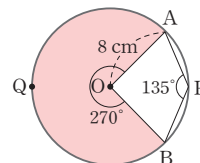
04 오른쪽 그림에서
 $\angle APB = \frac{1}{2} \times (\widehat{AQB} \text{의 중심각})$
 $= \frac{1}{2} \times 240^\circ = 120^\circ$
 $\angle AOB = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$ 이므로



$\square AOBP$ 에서
 $\angle x = 360^\circ - (50^\circ + 120^\circ + 120^\circ) = 70^\circ$

05 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 20^\circ = 140^\circ$
 $\therefore \angle x = 2\angle BAC = 2 \times 140^\circ = 280^\circ$

06 오른쪽 그림에서
 $\widehat{AQB}$ 에 대한 중심각의 크기는
 $2 \times 135^\circ = 270^\circ$
 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
 $= \pi \times 8^2 \times \frac{270^\circ}{360^\circ} = 48\pi (\text{cm}^2)$



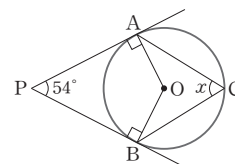
07 $\angle x = \angle ACB = 55^\circ$
 $\angle y = 2\angle ACB = 2 \times 55^\circ = 110^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 55^\circ + 110^\circ = 165^\circ$

08 $\angle ACB : \angle BAC : \angle CBA = \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA}$
 $= 2 : 3 : 5$

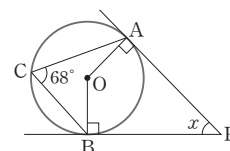
$\therefore \angle ABC = \frac{5}{2+3+5} \times 180^\circ = 90^\circ$

09 $\angle APB = \frac{1}{2} \times 240^\circ = 120^\circ$
 $\triangle APB$ 에서
 $\angle ABP + \angle BAP = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
 $\widehat{AP} : \widehat{PB} = 2 : 1$ 이므로
 $\angle ABP : \angle BAP = 2 : 1$
 $\therefore \angle x = \frac{2}{2+1} \times 60^\circ = 40^\circ$

10 오른쪽 그림과 같이
 $\overline{OA}, \overline{OB}$ 를 그으면
 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$
 이므로
 $\angle AOB = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$
 $\therefore \angle x = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 126^\circ = 63^\circ$



11 오른쪽 그림과 같이
 $\overline{OA}, \overline{OB}$ 를 그으면
 $\angle AOB = 2\angle ACB$
 $= 2 \times 68^\circ = 136^\circ$
 $\square AOBP$ 에서
 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로



$$\begin{aligned}\angle x &= 180^\circ - \angle AOB \\ &= 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ\end{aligned}$$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

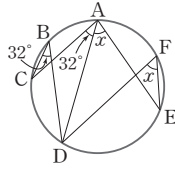
한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$$\angle CAD = \angle CBD = 32^\circ$$

$$\angle DAE = \angle DFE = \angle x$$

$$\angle CAE = 83^\circ \text{에서}$$

$$32^\circ + \angle x = 83^\circ \quad \therefore \angle x = 51^\circ$$

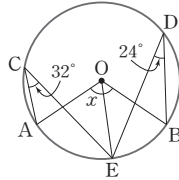


13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$ 를 그으면

$$\angle AOE = 2\angle ACE = 2 \times 32^\circ = 64^\circ$$

$$\angle BOE = 2\angle BDE = 2 \times 24^\circ = 48^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle x &= \angle AOE + \angle BOE = 64^\circ + 48^\circ \\ &= 112^\circ\end{aligned}$$



14 $\overline{BD}$ 는 원 O의 지름이므로 $\angle BAD = 90^\circ$

$\triangle ABD$ 에서

$$\angle ABD = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$

$\widehat{AD}$ 에 대한 원주각으로 $\angle x = \angle ABD = 70^\circ$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으

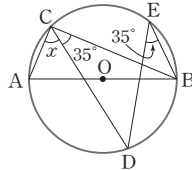
면 $\widehat{BD}$ 에 대한 원주각으로

$$\angle BCD = \angle BED = 35^\circ$$

$\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이므로

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle x = 90^\circ - \angle BCD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$



16 $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각으로

$$\angle x = \angle ACB = 40^\circ$$

또, 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\triangle APD$ 에서

$$\angle y = \angle PAD + \angle PDA = 25^\circ + 40^\circ = 65^\circ$$

17 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ 이므로 $\angle ADC = \angle BAD = 24^\circ$

$\triangle APD$ 에서

$$\angle x = \angle PAD + \angle PDA$$

$$= 24^\circ + 24^\circ$$

$$= 48^\circ$$

18 $\triangle PBD$ 에서

$$\angle PDB = 75^\circ - 15^\circ = 60^\circ$$

한 원에서 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$$\widehat{BC} : \widehat{AD} = \angle CDB : \angle ABD \text{에서}$$

$$12 : \widehat{AD} = 60^\circ : 15^\circ$$

$$12 : \widehat{AD} = 4 : 1 \quad \therefore \widehat{AD} = 3 \text{ cm}$$

19 $\overline{AC}$ 는 원 O의 지름이므로 $\angle ADC = 90^\circ$

따라서 $\angle x = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 이고

$\widehat{AD}$ 에 대한 원주각으로

$$\angle ACD = \angle ABD = 35^\circ \text{이므로}$$

$\triangle PCD$ 에서

$$\angle y = \angle PCD + \angle PDC = 35^\circ + 65^\circ = 100^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 65^\circ + 100^\circ = 165^\circ$$

20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

$\overline{AB}$ 는 반원 O의 지름이므로

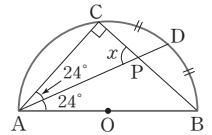
$$\angle ACB = 90^\circ$$

$\widehat{CD} = \widehat{BD}$ 이므로

$$\angle CAD = \angle BAD = 24^\circ$$

$\triangle APC$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 24^\circ) = 66^\circ$$



21 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AD}$ 와 $\widehat{BC}$ 에 대한 원주각을 각각 $\angle a$, $\angle b$ 라 하면

$$\angle a + \angle b = 50^\circ$$

또, 한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180° 이고, 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$$(\widehat{AD} + \widehat{BC}) : (\text{원의 둘레의 길이}) = (\angle a + \angle b) : 180^\circ$$

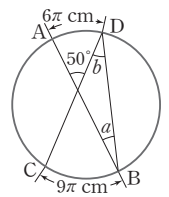
$$(6\pi + 9\pi) : (\text{원의 둘레의 길이}) = 50^\circ : 180^\circ$$

$$\therefore (\text{원의 둘레의 길이}) = 54\pi \text{ cm}$$

원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$2\pi r = 54\pi \quad \therefore r = 27$$

따라서 원의 반지름의 길이는 27 cm이다.



22 $\angle ACB : \angle CAD = \widehat{AB} : \widehat{CD} = 1 : 3$ 이므로

$$\angle ACB : \angle x = 1 : 3 \quad \therefore \angle ACB = \frac{1}{3} \angle x$$

$\triangle APC$ 에서

$$\angle x = \angle APC + \angle ACP = 32^\circ + \frac{1}{3} \angle x \text{이므로}$$

$$\frac{2}{3} \angle x = 32^\circ \quad \therefore \angle x = 48^\circ$$

23 $\angle BAC = \angle BDC = 65^\circ$

$\triangle PAC$ 에서 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$$\angle BAC = \angle APC + \angle ACP \text{에서}$$

$$65^\circ = 30^\circ + \angle x \quad \therefore \angle x = 35^\circ$$

24 $\widehat{AD}$ 에 대한 원주각으로

$$\angle ABC = \angle ADC = \angle x$$

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\triangle APD$ 에서

$$\angle BAD = \angle APD + \angle ADP = 32^\circ + \angle x$$

$\triangle AQB$ 에서

$$\angle BQD = \angle BAQ + \angle ABQ \text{ 이므로}$$

$$78^\circ = (32^\circ + \angle x) + \angle x, \quad 2\angle x = 46^\circ$$

$$\therefore \angle x = 23^\circ$$

25 오른쪽 그림에서

$$\widehat{AC} : \widehat{BED}$$

$$= \angle ABC : \angle BAD = 2 : 5$$

이므로 $\angle ABC = 2\angle a$ 라 하면

$$\angle BAD = \angle BCD = 5\angle a$$

$\triangle APB$ 에서

$$5\angle a = 63^\circ + 2\angle a, \quad 3\angle a = 63^\circ$$

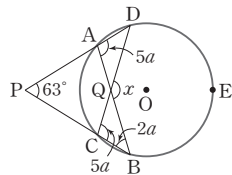
$$\therefore \angle a = 21^\circ$$

따라서 $\triangle QCB$ 에서 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$$\angle BQD = \angle BCQ + \angle CBQ \text{에서}$$

$$\angle x = 5\angle a + 2\angle a = 7\angle a$$

$$= 7 \times 21^\circ = 147^\circ$$



26 $\angle ACD = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 24^\circ = 12^\circ$

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$\triangle PAC$ 에서 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$$\angle BAC = \angle APC + \angle ACP \text{에서}$$

$$30^\circ = \angle x + 12^\circ \quad \therefore \angle x = 18^\circ$$

27 $\widehat{BCE}$ 의 길이는 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{5}{12}$ 이므로

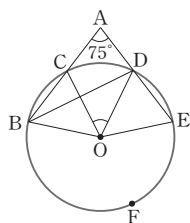
$$\angle BOE = 360^\circ \times \frac{5}{12} = 150^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\widehat{BD}$ 를 그으면

$\angle BDE$ 는 $\widehat{BFE}$ 에 대한 원주각이므로

$$\angle BDE = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 150^\circ) = 105^\circ$$

$\triangle ABD$ 에서 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로



과 같으므로

$$\angle BDE = \angle ABD + \angle BAD \text{에서}$$

$$\angle ABD = \angle BDE - \angle BAD = 105^\circ - 75^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \angle COD = 2\angle CBD = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

28 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AD}$ 를 그으면

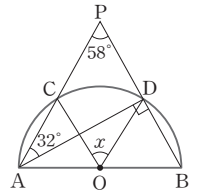
$\widehat{AB}$ 는 반원 O의 지름이므로

$$\angle ADB = 90^\circ$$

$\triangle PAD$ 에서

$$\angle PAD = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$$

$$\therefore \angle x = 2\angle CAD = 2 \times 32^\circ = 64^\circ$$



29 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AD}$ 를 그으면

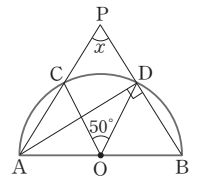
$\widehat{AB}$ 는 반원 O의 지름이므로

$$\angle ADB = 90^\circ$$

$$\angle CAD = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

$\triangle PAD$ 에서

$$\angle x = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$



30 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{BD}$, $\widehat{OD}$ 를 그

으면

$$\angle ADB = 90^\circ \text{이므로}$$

$\triangle BCD$ 에서

$$\angle CBD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\text{이때 } \angle DOE = 2\angle DBE = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

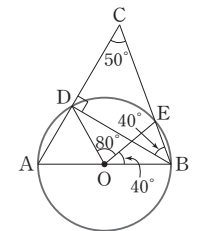
이므로

$$\angle AOD = 180^\circ - (\angle DOE + \angle BOE)$$

$$= 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) = 60^\circ$$

한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\widehat{AD} : \widehat{BE} = 60^\circ : 40^\circ = 3 : 2$$



31 ㄱ. $\angle BAC = \angle BDC = 28^\circ$

$$\therefore \angle BDC = 62^\circ - 32^\circ = 30^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BAC \neq \angle BDC$$

ㄴ. $\triangle ABC$ 에서

$$\angle BAC = 180^\circ - (115^\circ + 35^\circ) = 30^\circ$$

$$\therefore \angle BAC \neq \angle BDC$$

ㄷ. $\triangle APC$ 에서 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$$\angle DAC = \angle APC + \angle PCA \text{에서}$$

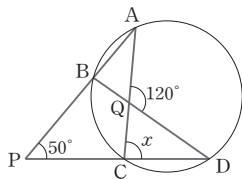
$$\angle PCA = \angle DAC - \angle APC = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 20^\circ$$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ㄱ, ㄴ이다.

32 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로 $\widehat{BC}$ 에 대한 원주각으로 $\angle BDC = \angle BAC = 65^\circ$
 따라서 $\triangle PCD$ 에서 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로
 $\angle BPC = \angle PDC + \angle PCD$ 에서
 $\angle x = 65^\circ + 30^\circ = 95^\circ$

33 오른쪽 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
 $\angle ACD = \angle x$ 라 하면 $\widehat{AD}$ 에 대한 원주각으로
 $\angle ABD = \angle x$
 두 내각의 합은 다른 각의 외각의 크기와 같으므로
 $\triangle APC$ 에서
 $\angle ACD = \angle APC + \angle PAC$
 $\angle x = 50^\circ + \angle PAC$
 $\therefore \angle PAC = \angle x - 50^\circ$
 $\triangle ABQ$ 에서
 $\angle x + (\angle x - 50^\circ) = 120^\circ$
 $2\angle x = 170^\circ \quad \therefore \angle x = 85^\circ$



- | | | | |
|-------------------------------|---|----------------------|----------------------|
| 37 ④ | 38 ③ | 39 10° | 40 79° |
| 41 68° | 42 80° | 43 65° | 44 4 |
| 45 ② | 46 ⑤ | 47 ① | 48 ③ |
| 49 $3\pi \text{ cm}^3$ | 50 $(10 - \sqrt{10}) \text{ cm}$ | | |

01 $\square ABCD$ 에서 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ 이므로
 $\angle ADC = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$
 $\triangle ACD$ 는 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle ACD = \angle ADC = 55^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - 2 \times 55^\circ = 70^\circ$

02 $\overline{BC}$ 는 원 O의 지름이므로 $\angle BAC = 90^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ABC = 180^\circ - (90^\circ + 15^\circ) = 75^\circ$
 $\square ABCD$ 에서 $\angle ABC + \angle x = 180^\circ$ 이므로
 $75^\circ + \angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 105^\circ$

03 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 이므로
 $\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} \times 160^\circ = 80^\circ$
 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으므로
 $\angle x = \angle BAD = 80^\circ$

04 $\triangle DPC$ 에서
 $\angle PDC = 180^\circ - (20^\circ + 85^\circ) = 75^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원 O에 내접하고, 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으므로
 $\angle x = \angle ADC = 75^\circ$

05 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로
 $\angle ADB = \angle ACB = 32^\circ$
 이때 $\angle BDC = 87^\circ - 32^\circ = 55^\circ$ 이므로
 $\angle x = \angle BDC = 55^\circ$
 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고, 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으므로
 $\angle y = \angle BAD = \angle x + 45^\circ = 55^\circ + 45^\circ = 100^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 55^\circ + 100^\circ = 155^\circ$

3 원주각의 활용

주제별 실력다지기

81~91쪽

- | | | | |
|--------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 01 ④ | 02 ② | 03 ① | 04 ③ |
| 05 ⑤ | 06 ② | 07 ④ | 08 ③ |
| 09 160° | 10 ② | 11 ⑤ | 12 ② |
| 13 50° | 14 ① | 15 61° | 16 ② |
| 17 27° | 18 196° | 19 147° | 20 90° |
| 21 360° | 22 3개 | 23 ②, ③ | 24 ⑤ |
| 25 ① | 26 ① | 27 ③ | 28 ③ |
| 29 $16\pi \text{ cm}^2$ | 30 $3\sqrt{3} \text{ cm}$ | 31 ② | 32 65° |
| 33 ① | 34 ① | 35 20° | 36 119° |

06 △PBC에서

$$\angle EPB = \angle PBC + \angle PCB \text{이므로}$$

$$105^\circ = 20^\circ + \angle PCB \quad \therefore \angle PCB = 85^\circ$$

또, 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$$\angle y = \angle BCE = 85^\circ$$

□ABDE는 원에 내접하므로 $\angle x + \angle y = 180^\circ$

$$\angle x = 180^\circ - \angle y = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 95^\circ - 85^\circ = 10^\circ$$

07 □ABCE가 원에 내접하므로

$$\angle ABC + \angle AEC = 180^\circ \text{에서}$$

$$(\angle x + 25^\circ) + 80^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 75^\circ$$

또, □ABDE가 원에 내접하고, 원에 내접하는 사각형에서 한

외각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으므로

$$\angle y = \angle x = 75^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 75^\circ + 75^\circ = 150^\circ$$

08 직선 PT는 원 O의 접선이므로

$$\angle x = \angle BPT = 50^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle ACB = 180^\circ - (46^\circ + 35^\circ) = 99^\circ$$

□APBC는 원 O에 내접하므로

$$\angle y = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 99^\circ = 81^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 81^\circ - 50^\circ = 31^\circ$$

09 $\widehat{ADC}$ 의 길이는 원주의 $\frac{2}{3}$ 이므로

$$\angle ABC = 180^\circ \times \frac{2}{3} = 120^\circ$$

□ABCD가 원에 내접하므로

$$\angle x = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$\widehat{BCD}$ 의 길이는 원주의 $\frac{5}{9}$ 이므로

$$\angle BAD = 180^\circ \times \frac{5}{9} = 100^\circ$$

□ABCD가 원에 내접하고, 원에 내접하는 사각형에서 한 외

각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으므로

$$\angle y = \angle BAD = 100^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 60^\circ + 100^\circ = 160^\circ$$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$ 를 그

으면 □PQDB가 원에 내접하고,

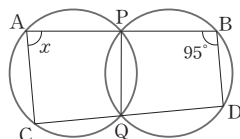
원내에 내접하는 사각형에서 한 외각

의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각

의 크기와 같으므로

$$\angle PQC = \angle B = 95^\circ$$

□ACQP가 원에 내접하므로



$$\angle A + \angle PQC = 180^\circ \text{에서}$$

$$\angle x + 95^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 85^\circ$$

11 □PQCD가 원 O'에 내접하고, 원에 내접하는 사각형에

서 한 외각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으

므로

$$\angle y = \angle PDC = 110^\circ$$

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$$\angle A + \angle y = 180^\circ \text{에서}$$

$$\angle A + 110^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle A = 70^\circ$$

따라서 $\angle x = 2\angle BAP = 140^\circ$ 이므로

$$\angle x + \angle y = 140^\circ + 110^\circ = 250^\circ$$

12 □ABFE가 원에 내접하고, 원에 내접하는 사각형에서

한 외각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으므로

$$\angle EFC = \angle BAE = 115^\circ$$

□EFCD가 원에 내접하므로

$$115^\circ + \angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 65^\circ$$

또, $\angle y = \angle DEF = \angle ABF = 86^\circ$

$$\therefore \angle x + \angle y = 65^\circ + 86^\circ = 151^\circ$$

13 □ABCD가 원에 내접하고, 원에 내접하는 사각형에서

한 외각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으므로

$$\angle CDQ = \angle ABC = \angle x$$

△PBC에서

$$\angle DCQ = \angle CBP + \angle CPB = \angle x + 35^\circ$$

$$\triangle CDQ \text{에서 } \angle x + (\angle x + 35^\circ) + 45^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 100^\circ \quad \therefore \angle x = 50^\circ$$

14 □ABCD가 원에 내접하고, 원에 내접하는 사각형에서

한 외각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으므로

$$\angle QAB = \angle BCD = 55^\circ$$

△PBC에서

$$\angle QBP = \angle BPC + \angle BCP = 28^\circ + 55^\circ = 83^\circ$$

△ABQ에서

$$55^\circ + \angle x + 83^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 42^\circ$$

15 오른쪽 그림에서 □ABCD는 원

에 내접하고, 원에 내접하는 사각형에

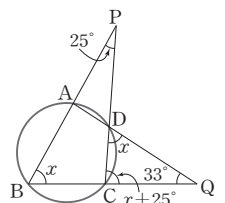
서 한 외각의 크기는 그 이웃하는 내각

의 대각의 크기와 같으므로

$$\angle ABC = \angle CDQ = \angle x$$

△PBC에서

$$\angle QCP = \angle x + 25^\circ$$



△DCQ에서

$$\angle x + (\angle x + 25^\circ) + 33^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 122^\circ \quad \therefore \angle x = 61^\circ$$

16 $\angle ABC = \angle y$ 라 하면

$$\triangle ABQ \text{에서 } \angle PAD = \angle y + 36^\circ$$

또, □ABCD가 원에 내접하고 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으므로

$$\angle PDA = \angle ABC = \angle y$$

△PAD에서

$$24^\circ + (\angle y + 36^\circ) + \angle y = 180^\circ$$

$$2\angle y = 120^\circ \quad \therefore \angle y = 60^\circ$$

□ABCD가 원에 내접하므로

$$\angle x + \angle y = 180^\circ \text{에서}$$

$$\angle x + 60^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 120^\circ$$

17 오른쪽 그림에서

$$\angle ACD = \angle x \text{라 하면}$$

△ACE에서

$$\angle CAB = \angle ACE + \angle AEC$$

$$= \angle x + 24^\circ$$

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} \text{이므로}$$

$$\angle ACB = \angle BAC = \angle CAD = \angle x + 24^\circ$$

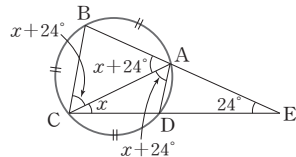
□ABCD는 원에 내접하므로

$$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ \text{에서}$$

$$3(\angle x + 24^\circ) + \angle x = 180^\circ$$

$$4\angle x = 108^\circ \quad \therefore \angle x = 27^\circ$$

$$\therefore \angle ACD = 27^\circ$$



18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

$$\angle ADE = \frac{1}{2} \angle AOE$$

$$= \frac{1}{2} \times 32^\circ = 16^\circ$$

또, □ABCD에서 $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$ 이므로

$$\angle B + \angle D = \angle B + (\angle ADC + \angle ADE)$$

$$= 180^\circ + 16^\circ = 196^\circ$$

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

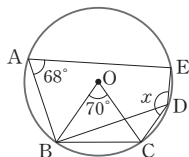
$$\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$\angle A + \angle BDE = 180^\circ \text{이므로}$$

$$68^\circ + \angle BDE = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BDE = 112^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle BDC + \angle BDE = 35^\circ + 112^\circ = 147^\circ$$



20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$ 를 그으면

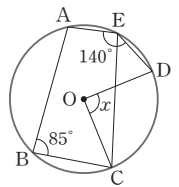
□ABCE는 원 O에 내접하므로

$$85^\circ + \angle AEC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AEC = 95^\circ$$

$$\angle CED = 140^\circ - 95^\circ = 45^\circ \text{이므로}$$

$$\angle x = 2\angle CED = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$$



21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CF}$ 를 그으면

□ABCF와 □CDEF는 모두 원에 내접

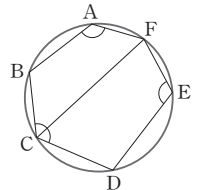
하므로 각 사각형의 대각의 크기의 합은

180°이다.

$$\angle A + \angle BCF = 180^\circ$$

$$\angle E + \angle DCF = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle A + \angle C + \angle E &= \angle A + (\angle BCF + \angle DCF) + \angle E \\ &= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ \end{aligned}$$



22 ㄴ, ㄷ, 정사각형과 직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90°이므로 대각의 크기의 합은 180°이다.

ㄴ, 등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같고 윗변의 양 끝 각의 크기가 같으므로 대각의 크기의 합은 180°이다. 따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 ㄴ, ㄷ, ㄴ의 3개이다.

23 ① $\angle ABC + \angle ADC = 84^\circ + 96^\circ = 180^\circ$ 이므로

□ABCD는 원에 내접한다.

④ 오른쪽 그림에서

$$\angle BAD = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

$$\text{즉, } \angle BAD = \angle DCE \text{이므로}$$

□ABCD는 원에 내접한다.

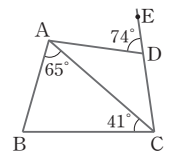
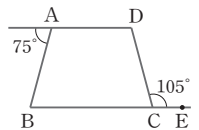
⑤ 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서

$$\angle ABC = 180^\circ - (65^\circ + 41^\circ) = 74^\circ$$

$$\text{즉, } \angle ABC = \angle ADE \text{이므로}$$

□ABCD는 원에 내접한다.

따라서 원에 내접하지 않는 것은 ②, ③이다.



24 ① □ADOF에서 $\angle ADO + \angle AFO = 180^\circ$ 이므로

□ADOF는 원에 내접한다.

② $\angle AFB = \angle AEB = 90^\circ$ 이므로 네 점 A, B, E, F는 한 원 위에 있다.

따라서 □ABEF는 원에 내접한다.

③ $\angle BDC = \angle BFC = 90^\circ$ 이므로 네 점 B, C, D, F는 한 원 위에 있다.

따라서 □DBCF는 원에 내접한다.

④ □OECF에서 $\angle CEO + \angle CFO = 180^\circ$ 이므로 □OECF는 원에 내접한다.

따라서 원에 내접하지 않는 사각형은 ⑤이다.

25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$ 의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A'이라 하면

$$\angle BAC = \angle BA'C$$

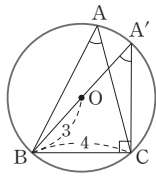
이때 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle BCA' = 90^\circ$

$\triangle A'BC$ 에서

$$\overline{A'B} = 2 \times 3 = 6, \overline{BC} = 4 \text{이므로}$$

$$\overline{A'C} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \cos A = \cos A' = \frac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$



26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$ 의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A'이라 하면

$$\angle BAC = \angle BA'C$$

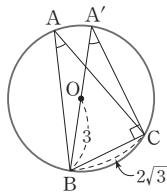
이때 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle BCA' = 90^\circ$

$\triangle A'BC$ 에서

$$\overline{A'B} = 2 \times 3 = 6, \overline{BC} = 2\sqrt{3} \text{이므로}$$

$$\overline{A'C} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos A \times \tan A &= \cos A' \times \tan A' \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{6} \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$



27 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$ 의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A'이라 하면

$$\angle CAB = \angle CA'B$$

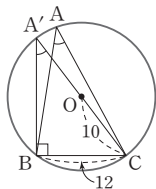
이때 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle CBA' = 90^\circ$

$\triangle A'BC$ 에서

$$\overline{A'C} = 2 \times 10 = 20, \overline{BC} = 12 \text{이므로}$$

$$\overline{A'B} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$$

$$\therefore \sin A + \cos A = \sin A' + \cos A' = \frac{12}{20} + \frac{16}{20} = \frac{7}{5}$$



28 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$ 의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A'이라 하면

$$\angle CAB = \angle CA'B$$

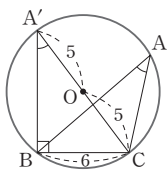
이때 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로

$$\angle CBA' = 90^\circ$$

$\triangle A'BC$ 에서

$$\overline{A'C} = 2 \times 5 = 10, \overline{BC} = 6 \text{이므로 피타고라스의 정리에 의해}$$

$$\overline{A'B} = \sqrt{\overline{A'C}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$$



$$\therefore \cos A = \cos A' = \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

29 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle BDC = 90^\circ$

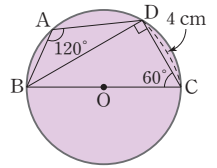
$\square ABCD$ 는 원 O에 내접하므로

$$120^\circ + \angle C = 180^\circ \quad \therefore \angle C = 60^\circ$$

$$\triangle BCD \text{에서 } \cos 60^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{4}{\overline{BC}} \text{이므로}$$

$$\overline{BC} = \frac{4}{\cos 60^\circ} = 4 \times 2 = 8(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{원 O의 넓이}) = \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$$



30 오른쪽 그림에서 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle ABP = 90^\circ$

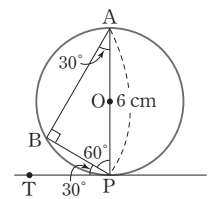
접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$$\angle BAP = \angle BPT = 30^\circ$$

$\triangle ABP$ 에서 $\angle APB = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{AP} : \overline{AB} = 2 : \sqrt{3}, 6 : \overline{AB} = 2 : \sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{AB} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$



31 $\widehat{BP}$ 에 대한 중심각과 원주각의 관계에 의해

$$\angle x = \frac{1}{2} \angle BOP = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$$

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$$\angle y = \angle BAP = 75^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 75^\circ + 75^\circ = 150^\circ$$

32 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$ 를 그으면 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이므로

$$\angle ATB = 90^\circ$$

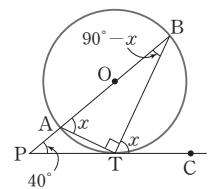
이때 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해 $\angle BAT = \angle BTC = \angle x$ 이므로

$$\angle ABT = 90^\circ - \angle x$$

따라서 $\triangle BPT$ 에서

$$\angle x = 40^\circ + (90^\circ - \angle x)$$

$$2\angle x = 130^\circ \quad \therefore \angle x = 65^\circ$$



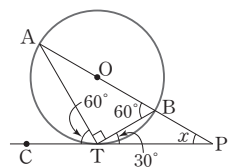
33 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$ 를 그으면

$$\angle ATB = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BTP = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$$

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$$\angle ABT = \angle ATC = 60^\circ \text{이므로}$$



△BTP에서

$$60^\circ = 30^\circ + \angle x \quad \therefore \angle x = 30^\circ$$

34 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$ 를 그으면

$\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이므로

$\angle ATB = 90^\circ$ 이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$$\angle ABT = \angle ATP = \angle x \text{이므로}$$

△BPT에서

$$32^\circ + (\angle x + 90^\circ) + \angle x = 180^\circ$$

$$2\angle x = 58^\circ \quad \therefore \angle x = 29^\circ$$

다른 풀이

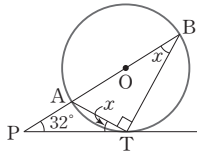
△APT에서

$$\angle BAT = \angle APT + \angle ATP = 32^\circ + \angle x$$

이므로 △ABT에서

$$\angle x + (32^\circ + \angle x) = 90^\circ$$

$$2\angle x = 58^\circ \quad \therefore \angle x = 29^\circ$$



35 오른쪽 그림과 같이

$\overline{AT}$, $\overline{BT}$ 를 그으면

$$\angle ATB = 90^\circ$$

$$\angle BAT = \angle BCT = 55^\circ$$

이므로 △ATB에서

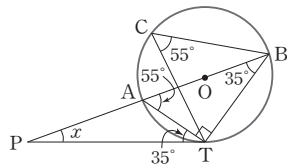
$$\angle ABT = 180^\circ - (55^\circ + 90^\circ) = 35^\circ$$

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$$\angle ATP = \angle ABT = 35^\circ \text{이므로}$$

△APT에서

$$55^\circ = \angle x + 35^\circ \quad \therefore \angle x = 20^\circ$$



36 오른쪽 그림에서 △BED는

$\overline{BD} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 54^\circ) = 63^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle BED = 63^\circ$$

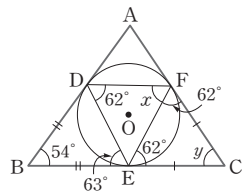
$$\angle CEF = \angle EDF = 62^\circ$$

△CFE는 $\overline{CE} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle CFE = \angle CEF = 62^\circ$$

$$\therefore \angle y = 180^\circ - (62^\circ + 62^\circ) = 56^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 63^\circ + 56^\circ = 119^\circ$$

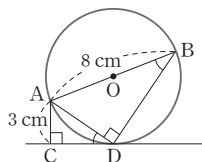


37 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

△ABD와 △ADC에서

$$\angle ADB = \angle ACD = 90^\circ,$$

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해



$$\angle ABD = \angle ADC \text{이므로}$$

$$\triangle ABD \sim \triangle ADC \text{ (AA 닮음)}$$

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{AC} \text{에서}$$

$$8 : \overline{AD} = \overline{AD} : 3, \overline{AD}^2 = 24$$

$$\therefore \overline{AD} = 2\sqrt{6} \text{ cm } (\because \overline{AD} > 0)$$

따라서 △ACD에서

$$\overline{CD} = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 - 3^2} = \sqrt{15} \text{ (cm)}$$

38 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 그으면

$$\angle ABC = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle ABS = 180^\circ - (90^\circ + 23^\circ) = 67^\circ$$

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$$\angle BAC = \angle CBT = 23^\circ,$$

$$\angle ADB = \angle ABS = 67^\circ$$

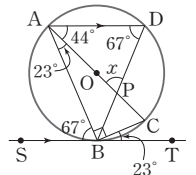
$$\text{또, } \overline{AD} \parallel \overline{ST} \text{이므로}$$

$$\angle DAB = \angle ABS = 67^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle DAP = 67^\circ - 23^\circ = 44^\circ$$

따라서 △ADP에서

$$\angle x = 180^\circ - (44^\circ + 67^\circ) = 69^\circ$$



39 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 를 그으면

$$\angle BCD = 90^\circ$$

△BCD에서 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$$\angle BDC = \angle BCE = 25^\circ \text{이므로}$$

$$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 65^\circ$$

$$\therefore \angle DCF = \angle x = 65^\circ$$

$$\text{또, } \overline{AD} \parallel \overline{EF} \text{이므로}$$

$$\angle ADC = \angle DCF = 65^\circ \text{ (엇각)에서}$$

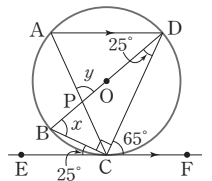
$$\angle ADB = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$$

$$\angle CAD = \angle DCF = 65^\circ \text{이므로}$$

△PAD에서

$$\angle y = 180^\circ - (65^\circ + 40^\circ) = 75^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 75^\circ - 65^\circ = 10^\circ$$



40 △BDE는 $\overline{BD} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BDE = \angle BED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$$

$\angle FEC = 180^\circ - (65^\circ + 36^\circ) = 79^\circ$ 이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$$\angle x = \angle FEC = 79^\circ$$

41 오른쪽 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 가 원

O의 접선이므로

$$\angle BTP = \angle BAT$$

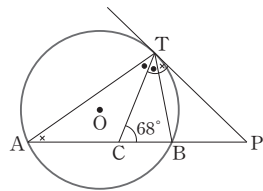
$\triangle TAC$ 에서 두 내각의 합은 다

른 각의 외각의 크기와 같으므로

$$\angle CAT + \angle CTA = \angle TCB = 68^\circ$$

$$\therefore \angle CTP = \angle CTB + \angle BTP$$

$$= \angle ATC + \angle BAT = 68^\circ$$



42 $\angle DCT = \angle PTD = \angle BTQ = \angle BAT = 40^\circ$ 이므로

$$\triangle DTC \text{에서 } \angle DTC = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ$$

43 $\angle PBD = \angle CPT' = \angle PAC = 45^\circ$ 이므로 $\triangle BDP$ 에서

$$\angle x = 110^\circ - 45^\circ = 65^\circ$$

44 오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나는 두 원에 공통인 접선인 $\overrightarrow{ST}$ 를 그으면

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDP$ 에서

$$\angle ABP = \angle APS = \angle CPT$$

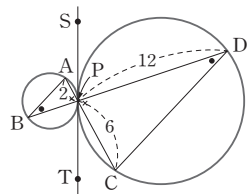
$$= \angle CDP$$

$$\angle APB = \angle CPD (\text{맞꼭지각})$$

이므로 $\triangle ABP \sim \triangle CDP$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{BP} : \overline{DP}$ 이므로

$$2 : 6 = \overline{BP} : 12 \quad \therefore \overline{BP} = 4$$



45 정육면체의 대각선의 길이가 구의 지름과 같으므로 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{DF} = 4\sqrt{3} = 2r (\text{cm}) \quad \therefore r = 2\sqrt{3}$$

따라서 구하는 구의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$ cm이다.

46 구의 지름은 정육면체의 한 모서리의 길이와 같으므로

정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$$\sqrt{3}a = 18 \quad \therefore a = 6\sqrt{3}$$

따라서 구의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}a = 3\sqrt{3} (\text{cm})$ 이므로

$$(\text{구의 부피}) = \frac{4}{3}\pi \times (3\sqrt{3})^3 = 108\sqrt{3}\pi (\text{cm}^3)$$

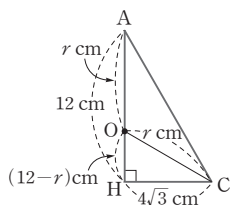
47 오른쪽 그림과 같이

$\overline{OA} = r$ cm라 하면

$$\overline{OC} = r \text{ cm}, \overline{OH} = (12 - r) \text{ cm}$$

$\triangle OHC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OC}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{CH}^2 \text{이므로}$$



$$r^2 = (12 - r)^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$$24r = 192 \quad \therefore r = 8$$

따라서 구의 반지름의 길이는 8 cm이다.

48 $\overline{OA} = \overline{OC} = 5$ cm이므로

$$\overline{OH} = 9 - 5 = 4 (\text{cm})$$

$\triangle OHC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{OH}^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3 (\text{cm})$$

따라서 구하는 원뿔의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 9 = 27\pi (\text{cm}^3)$$

49 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OH} = x$ cm라

하면 피타고라스의 정리에 의해

$\triangle OCH$ 에서

$$\overline{CH}^2 = 2^2 - x^2$$

$\triangle ACH$ 에서

$$\overline{CH}^2 = (2\sqrt{3})^2 - (2 + x)^2$$

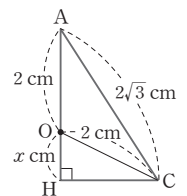
$$\text{이므로 } (2\sqrt{3})^2 - (2 + x)^2 = 2^2 - x^2$$

$$4x = 4 \quad \therefore x = 1$$

$$\text{따라서 } \overline{CH} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} (\text{cm}),$$

$$\overline{AH} = 2 + 1 = 3 (\text{cm}) \text{이므로}$$

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 3 = 3\pi (\text{cm}^3)$$



50 오른쪽 그림과 같이 점 O에서

$\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D라 하자.

$\triangle AHC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2} \\ &= \sqrt{9^2 + 3^2} = 3\sqrt{10} (\text{cm}) \end{aligned}$$

구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{AO} = (9 - r) \text{ cm}$$

이때 $\triangle AOD \sim \triangle ACH$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{AO} : \overline{AC} = \overline{OD} : \overline{CH} \text{에서}$$

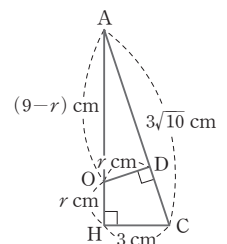
$$(9 - r) : 3\sqrt{10} = r : 3$$

$$27 - 3r = 3\sqrt{10}r, (\sqrt{10} + 1)r = 9$$

$$\therefore r = \sqrt{10} - 1$$

$$\therefore \overline{AO} = 9 - r = 9 - (\sqrt{10} - 1)$$

$$= 10 - \sqrt{10} (\text{cm})$$



II 원의 성질

단원 종합 문제

94~100쪽

- | | | | |
|-------------------|---------------------------------|----------------------------|---------------|
| 01 120° | 02 $4\sqrt{2}$ cm | 03 ⑤ | 04 ④ |
| 05 $\frac{25}{3}$ | 06 ④ | 07 48π cm ² | |
| 08 ②, ④ | 09 ① | 10 2 cm | |
| 11 13 cm | 12 18 cm | 13 ③ | 14 ③ |
| 15 ② | 16 $16\sqrt{3}$ cm ² | 17 $(5\sqrt{13}+13)$ cm | |
| 18 ② | 19 ① | 20 ①, ④ | 21 ② |
| 22 56° | 23 $5\sqrt{3}$ cm | 24 ④ | 25 17° |
| 26 ⑤ | 27 ①, ③ | 28 ⑤ | 29 ⑤ |
| 30 ② | 31 $\frac{34}{5}$ | 32 40° | 33 65° |
| 34 8 | | | |

01 중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하고, 한 원에서 중심각의 크기의 합은 360° 이므로

$$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{3}{2+3+4} = 120^\circ$$

02 $\overline{AB}$ 가 지름이므로 $\angle C = 90^\circ$

$$\overline{OM} = \overline{ON} \text{이므로 } \overline{CA} = \overline{CB}$$

$$\therefore \angle A = \angle B = 45^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : \sqrt{2} \text{이므로}$$

$$\overline{AC} : 8 = 1 : \sqrt{2}, \sqrt{2}\overline{AC} = 8$$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

03 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle C = \angle B = 75^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$$

따라서 $\square AMON$ 에서

$$\angle MON = 360^\circ - (30^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 150^\circ$$

04 ① $\angle AOC = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$ 이므로

$$x : 1 = 144^\circ : 36^\circ \quad \therefore x = 4$$

② $\overline{OM}$ 은 현 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하므로 $x = 4$

③ $\overline{OA}$ 를 그으면 $\overline{OA} = 5$, $\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 3$ 이므로

$\triangle OAM$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$x = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

④ 오른쪽 그림에서 $\overline{OM} = x - 2$ 이므로

$\triangle OAM$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AM}^2 = \overline{OA}^2 - \overline{OM}^2$$

$\triangle MCB$ 에서

$$\overline{BM}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CM}^2$$

그런데 $\overline{AM} = \overline{BM}$ 이므로

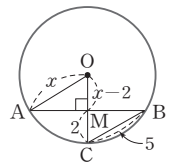
$$\overline{OA}^2 - \overline{OM}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{CM}^2 \text{에서}$$

$$x^2 - (x-2)^2 = 5^2 - 2^2, 4x = 25 \quad \therefore x = \frac{25}{4}$$

⑤ $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{ON} = \overline{OM} = 4 \quad \therefore x = 4$$

따라서 x 의 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.



05 $\overline{AE} = \overline{AD} = 8$ 이므로

$$\overline{BE} = \overline{BF} = 13 - 8 = 5$$

$$\therefore x = 5$$

오른쪽 그림과 같은 $\triangle AFB$ 에서 피타고라스의 정리에 의해

$$\begin{aligned} \overline{AF} &= \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BF}^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{144} = 12 \end{aligned}$$

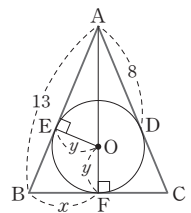
이때 $\triangle AEO \sim \triangle AFB$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{AE} : \overline{AF} = \overline{EO} : \overline{FB}$$

$$8 : 12 = y : 5$$

$$12y = 40 \quad \therefore y = \frac{10}{3}$$

$$\therefore x + y = 5 + \frac{10}{3} = \frac{25}{3}$$



06 오른쪽 그림과 같이 원의 중심은

현 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선인 $\overline{CM}$ 의 연장선 위에 있으므로 원의 중심을 O,

$\overline{OB} = r$ cm라 하면

$$\overline{OM} = (r-4) \text{ cm}, \overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6(\text{cm})$$

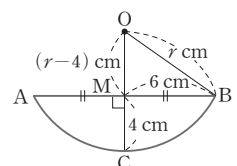
$\triangle OMB$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OB}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{BM}^2 \text{이므로}$$

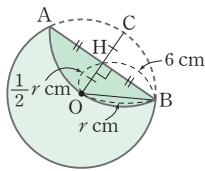
$$r^2 = (r-4)^2 + 6^2, 8r = 52 \quad \therefore r = \frac{13}{2}$$

따라서 원의 둘레의 길이는

$$2\pi \times \frac{13}{2} = 13\pi(\text{cm})$$



07 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 그은 수선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 H, 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$$\overline{OB} = r \text{ cm}, \overline{OH} = \overline{CH} = \frac{1}{2}r \text{ cm},$$

$$\overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$\triangle OBH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OB}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{BH}^2 \text{ 이므로}$$

$$r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + 6^2, \frac{3}{4}r^2 = 36$$

$$r^2 = 48 \quad \therefore r = 4\sqrt{3} (\because r > 0)$$

$$\text{따라서 원 O의 넓이는 } \pi \times (4\sqrt{3})^2 = 48\pi(\text{cm}^2)$$

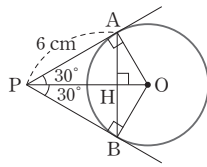
08 ① 오른쪽 그림에서

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ \text{ 이므로}$$

$\square APBO$ 에서

$$\angle AOB = 180^\circ - \angle APB$$

$$= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$



② $\triangle OAP$ 에서 $\angle APO = 30^\circ$, $\angle AOP = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{OA} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} \text{ 에서 } \overline{OA} : 6 = 1 : \sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{OA} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

③, ⑤ 원 밖의 한 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $\overline{PA} = \overline{PB}$

이때 $\angle APB = 60^\circ$ 이므로 $\triangle APB$ 는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이다.

$$\therefore \triangle APB = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

④ $\triangle APB$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{PA} = 6 \text{ cm}$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

09 $\overline{OP} = \overline{OA}$ 이므로 $\angle OPA = \angle OAP = 30^\circ$

$$\therefore \angle COP = \angle OAP + \angle OPA = 60^\circ$$

$\triangle OCP$ 에서 $\overline{OP} = 6 \text{ cm}$ 이고

$$\angle CPO = 90^\circ, \angle OCP = 30^\circ \text{ 이므로}$$

$$\overline{OC} : \overline{OP} = 2 : 1 \quad \therefore \overline{OC} = 12 \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{OC} - \overline{OB} = 12 - 6 = 6(\text{cm})$$

10 $\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$$

내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{EC} = \overline{CF} = r \text{ cm}, \overline{AD} = \overline{AF} = (5-r) \text{ cm},$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = (12-r) \text{ cm} \text{ 이므로}$$

$$(5-r) + (12-r) = 13, 2r = 4 \quad \therefore r = 2$$

따라서 내접원 I의 반지름의 길이는 2 cm이다.

11 오른쪽 그림과 같이

$\triangle ABC$ 와 내접원 I의 접점을

각각 P, Q, R라 하면

$\square IPBQ$ 는 정사각형이므로

$$\overline{BP} = \overline{BQ} = 2 \text{ cm}$$

$$\text{이때 } \overline{AP} = \overline{AB} - \overline{BP} = 5 - 2 = 3(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$$\overline{AR} = \overline{AP} = 3 \text{ cm}$$

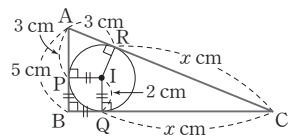
또, $\overline{CQ} = \overline{CR} = x \text{ cm}$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \text{ 이므로}$$

$$(x+3)^2 = 5^2 + (x+2)^2, 2x = 20 \quad \therefore x = 10$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{AR} + \overline{RC} = 3 + 10 = 13(\text{cm})$$



12 오른쪽 그림에서 $\overline{AS} = \overline{AP}$,

$\overline{DS} = \overline{DR}$ 이므로

$$\overline{AD} = \overline{AS} + \overline{DS} = \overline{AP} + \overline{DR}$$

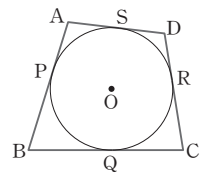
$$\overline{BQ} = \overline{BP}, \overline{CQ} = \overline{CR} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BC} = \overline{BQ} + \overline{CQ} = \overline{BP} + \overline{CR}$$

$$\therefore \overline{AD} + \overline{BC} = (\overline{AP} + \overline{DR}) + (\overline{BP} + \overline{CR})$$

$$= (\overline{AP} + \overline{BP}) + (\overline{DR} + \overline{CR})$$

$$= \overline{AB} + \overline{CD} = 18 \text{ cm}$$



13 주어진 정사각형의 한 변의 길이를 $a \text{ cm}$ 라 하면

$$\sqrt{2}a = 8 \quad \therefore a = 4\sqrt{2}$$

따라서 원의 반지름의 길이는 $2\sqrt{2} \text{ cm}$ 이므로

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 8\pi(\text{cm}^2)$$

14 버려지는 부분이 최소가 되도록 하려면 정사각형의 대각선과 원의 지름이 일치해야 한다.

정사각형의 한 변의 길이를 $a \text{ cm}$ 라 하면

$$\sqrt{2}a = 50 \quad \therefore a = 25\sqrt{2}$$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $25\sqrt{2} \text{ cm}$ 이다.

15 오른쪽 그림에서 $\overline{OA}$ 는 반원 O의 반지름이므로

$$\overline{OA} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = x \text{ cm} \text{ 라 하면}$$

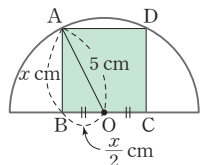
$$\overline{BO} = \overline{OC} = \frac{x}{2} \text{ cm}$$

$\triangle OAB$ 에서 피타고라스 정리에 의해

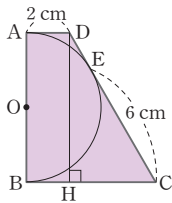
$$\overline{OA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{OB}^2 \text{ 이므로}$$

$$5^2 = x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2, x^2 = 20$$

$$\therefore (\square ABCD \text{의 넓이}) = x^2 = 20(\text{cm}^2)$$



16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ 는 각각 세 점 A, E, B를 접점으로 하는 반원 O의 접선이므로 $\overline{DE} = \overline{DA} = 2$ cm, $\overline{BC} = \overline{EC} = 6$ cm



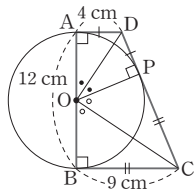
$\therefore \overline{DC} = \overline{DE} + \overline{EC} = 2 + 6 = 8$ (cm)
점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{HC} = 6 - 2 = 4$ (cm)

직각삼각형 DHC에서 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{DH} = \sqrt{\overline{DC}^2 - \overline{HC}^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore (\square ABCD \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (2 + 6) \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

17 오른쪽 그림에서

$\triangle AOD \equiv \triangle POD$ (RHS 합동),
 $\triangle POC \equiv \triangle BOC$ (RHS 합동)이므로
 $\angle AOD = \angle POD$, $\angle POC = \angle BOC$
 $\angle DOC = \angle DOP + \angle COP$



$$= \frac{1}{2} \angle AOP + \frac{1}{2} \angle BOP$$

$$= \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

따라서 $\triangle DOC$ 는 $\angle DOC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.
직각삼각형 AOD에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{DO} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{OA}^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ (cm)}$$

또, 직각삼각형 OBC에서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{CO} = \sqrt{\overline{OB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13} \text{ (cm)}$$

또한, $\overline{DP} = \overline{AD} = 4$ cm, $\overline{PC} = \overline{BC} = 9$ cm이므로

$$\overline{DC} = 4 + 9 = 13 \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\triangle DOC \text{의 둘레의 길이}) = \overline{DO} + \overline{OC} + \overline{DC}$$

$$= 2\sqrt{13} + 3\sqrt{13} + 13$$

$$= 5\sqrt{13} + 13 \text{ (cm)}$$

18 $\overline{BF} = \overline{BD}$, $\overline{CF} = \overline{CE}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이므로

$$\overline{AD} + \overline{AE} = (\overline{AB} + \overline{BD}) + (\overline{AC} + \overline{CE})$$

$$= (\overline{AB} + \overline{BF}) + (\overline{AC} + \overline{CF})$$

$$= \overline{AB} + (\overline{BF} + \overline{CF}) + \overline{AC}$$

$$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$$

$$= 5 + 6 + 7 = 18 \text{ (cm)}$$

따라서 $\overline{AD} + \overline{AE} = 2\overline{AD} = 18$ (cm)이므로

$$\overline{AD} = 9 \text{ cm}$$

19 색칠한 부분의 넓이는 직각삼각형 ABC의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$$

20 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OB} = \overline{OA'} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\overline{OC} = \overline{OB'} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1} = \sqrt{3}$$

$$\overline{OD} = \overline{OC'} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1} = 2$$

$$\overline{OE} = \overline{OD'} = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}$$

$$\overline{OE'} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 1} = \sqrt{6}$$

따라서 원점 O로부터 거리가 2인 점은 점 C', 점 D이다.

21 $\overline{OA} = \overline{OP} = a$ cm라 하면 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{OA'} = \sqrt{2}a \text{ cm}, \overline{OB'} = \sqrt{3}a \text{ cm}, \overline{OC'} = 2a \text{ cm},$$

$$\overline{OD'} = \sqrt{5}a \text{ cm} \text{이므로}$$

$$\overline{OD'} = \sqrt{10} \text{ cm에서}$$

$$\sqrt{5}a = \sqrt{10} \quad \therefore a = \sqrt{2}$$

$$\therefore (\square OAA'P \text{의 넓이}) = a^2 = 2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

$\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이므로

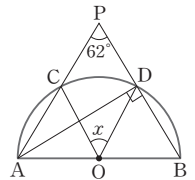
$$\angle ADB = 90^\circ$$

$\triangle ADP$ 에서

$$\angle PAD = 90^\circ - \angle APD$$

$$= 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$$

$$\therefore \angle x = 2\angle CAD = 2 \times 28^\circ = 56^\circ$$



23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$ 를 그으면

$\angle ATB = 90^\circ$ 이고, 접선과 현이

이루는 각의 성질에 의해

$$\angle ATP = \angle ABT = \angle x \text{라 하면}$$

$\triangle APT$ 에서

$$\angle BAT = \angle ATP + \angle APT = \angle x + 30^\circ$$

$\triangle ATB$ 에서

$$\angle x + (\angle x + 30^\circ) + 90^\circ = 180^\circ$$

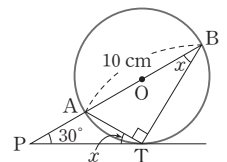
$$2\angle x = 60^\circ \quad \therefore \angle x = 30^\circ$$

이때 $\overline{AB} = 2\overline{OB} = 10$ (cm)이고

$$\overline{AB} : \overline{BT} = 2 : \sqrt{3} \text{이므로}$$

$$10 : \overline{BT} = 2 : \sqrt{3}, 2\overline{BT} = 10\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{BT} = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$



24 오른쪽 그림에서 $\widehat{ADC}$ 에 대한 중심

각의 크기는

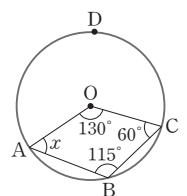
$$360^\circ - 130^\circ = 230^\circ \text{이므로}$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times 230^\circ = 115^\circ$$

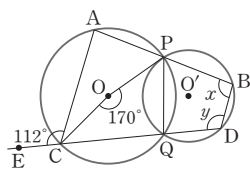
$\square OABC$ 에서

$$\angle x + 115^\circ + 60^\circ + 130^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x = 55^\circ$$



25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$ 를 그으면 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으므로



$\angle y = \angle APQ = \angle ACE = 112^\circ$
 $\angle CAP = \frac{1}{2} \angle COP = \frac{1}{2} \times 170^\circ = 85^\circ$
 이므로 $\angle PQD = \angle CAP = 85^\circ$
 $\square PQDB$ 에서 $\angle B + \angle PQD = 180^\circ$ 이므로
 $\angle x + 85^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 95^\circ$
 $\therefore \angle y - \angle x = 112^\circ - 95^\circ = 17^\circ$

26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를 그으면

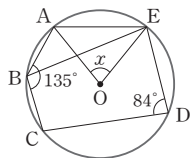
$\square BCDE$ 는 원에 내접하므로

$84^\circ + \angle CBE = 180^\circ$

$\therefore \angle CBE = 96^\circ$

따라서 $\angle ABE = 135^\circ - 96^\circ = 39^\circ$ 이므로

$\angle x = 2\angle ABE = 2 \times 39^\circ = 78^\circ$



27 ① $\angle BAD + \angle BCD = 80^\circ + 80^\circ = 160^\circ$ 이므로

$\square ABCD$ 는 원에 내접하지 않는다.

② $\angle ABC = \angle CDE = 75^\circ$ 이므로 $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.

③ $\angle BAD = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

즉, $\angle BAD \neq \angle DCE$ 이므로 $\square ABCD$ 는 원에 내접하지 않는다.

④ $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 180^\circ - (32^\circ + 53^\circ) = 95^\circ$

이때 $\angle BAD + \angle BCD = 95^\circ + 85^\circ = 180^\circ$ 이므로

$\square ABCD$ 는 원에 내접한다.

⑤ $\angle ABC + \angle ADC = 65^\circ + 115^\circ = 180^\circ$ 이므로

$\square ABCD$ 는 원에 내접한다.

따라서 원에 내접하지 않는 것은 ①, ③이다.

28 구에 내접하는 정육면체의 대각선의 길이가 구의 지름이므로 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\sqrt{3}a = 6 \quad \therefore a = 2\sqrt{3}$

따라서 정육면체의 부피는

$a^3 = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}(\text{cm}^3)$

29 주어진 전개도에서 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이는 같으므로

$2\pi \times 4 \times \frac{180^\circ}{360^\circ} = 2\pi r \quad \therefore r = 2$

주어진 전개도로 만든 입체 도형은 오른쪽 그림과 같다.

$\triangle AOB$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$$\begin{aligned} \overline{AO} &= \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{OB}^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} \\ &= \sqrt{12} = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \end{aligned}$$

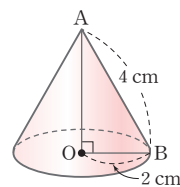
이므로 $x = 2\sqrt{3}$

(부피) $= \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 2\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm}^3)$

이므로

$$y = \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$$

$$\therefore xy = 2\sqrt{3} \times \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi = 16\pi$$



30 $\widehat{AB} = 2\pi \times 6 \times \frac{240^\circ}{360^\circ} = 8\pi(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\widehat{AB}$ 의 길이와 원 O의 둘레의 길이가 같

으므로

$$2\pi r = 8\pi \quad \therefore r = 4$$

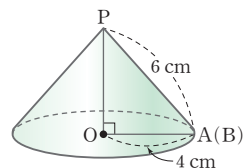
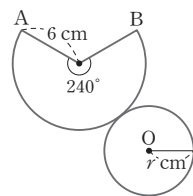
따라서 주어진 전개도로 입체도형을

만들면 오른쪽 그림과 같으므로 원

뿔의 높이는 $\triangle OAP$ 에서 피타고라스

의 정리에 의해

$$\overline{PO} = \sqrt{\overline{AP}^2 - \overline{OA}^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$



31 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 와 $\overline{AC}$

의 교점을 E라 하자.

$\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BAC = \angle BCA$

$\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기는 같으

므로

$\angle BCA = \angle BDA$ 에서 $\angle BAC = \angle BDA$ 이고

$\angle ABD = \angle BEA = 90^\circ$ 이므로

$\triangle ABD \sim \triangle BEA$

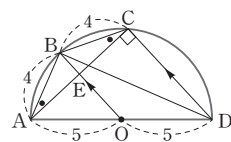
$$\therefore \overline{AB} : \overline{BE} = \overline{AD} : \overline{BA}$$

$$\text{즉, } 4 : \overline{BE} = 10 : 4 \text{에서 } \overline{BE} = \frac{8}{5}$$

$$\therefore \overline{EO} = \overline{BO} - \overline{BE} = 5 - \frac{8}{5} = \frac{17}{5}$$

이때 $\overline{EO} \parallel \overline{CD}$ 이므로 $\overline{EO} : \overline{CD} = \overline{AO} : \overline{AD}$

$$\text{즉, } \frac{17}{5} : \overline{CD} = 5 : 10 \quad \therefore \overline{CD} = \frac{34}{5}$$



32 $\overline{BP}$ 는 반원 O의 접선이므로 $\angle PBA = 90^\circ$

$\overline{AB}$ 가 반원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ = \angle PCE$

$\triangle PCE$ 에서

1 산포도

$\angle CPE = \angle CED - \angle PCE = 115^\circ - 90^\circ = 25^\circ$ 이므로
 $\angle APB = 2\angle CPE = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$
 따라서 $\triangle PAB$ 에서
 $\angle CAB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

33 오른쪽 그림과 같이

$\angle ABD = \angle x$, $\angle BDE = \angle y$ 라 하면
 $\overline{AD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 외접원에 접하고, 접선
 과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$$\angle CAD = \angle ABC = \angle x$$

$\overline{DE}$ 는 $\angle ADB$ 의 이등분선이므로

$$\angle ADE = \angle BDE = \angle y$$

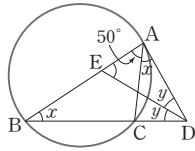
$\triangle ABD$ 에서

$$(50^\circ + \angle x) + \angle x + 2\angle y = 180^\circ$$

$$2\angle x + 2\angle y = 130^\circ \quad \therefore \angle x + \angle y = 65^\circ$$

따라서 $\triangle BDE$ 에서

$$\angle AED = \angle x + \angle y = 65^\circ$$



34 오른쪽 그림과 같이

$\angle CAT = \angle CBA = \angle a$ 라 하고,

$\angle BAC = 2\angle b$ 라 하자.

$\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이므로

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle a + 2\angle b + 90^\circ = 180^\circ$ 이므로

$$\angle a + 2\angle b = 90^\circ \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$\triangle ABD$ 에서 $\angle ADC = \angle a + \angle b$

$\triangle ADT$ 에서 $\angle ADT = \angle DAT = \angle a + \angle b$ 이므로

$\triangle TAD$ 는 이등변삼각형이다.

$$\text{즉, } \overline{AT} = \overline{DT} = 8 \quad \therefore \overline{CT} = 4$$

직각삼각형 ACT에서

$$\sin a = \sin \angle CAT = \frac{\overline{CT}}{\overline{AT}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{이므로}$$

$$\therefore \angle a = \angle CAT = 30^\circ$$

이때 $\textcircled{1}$ 에 $\angle a = 30^\circ$ 를 대입하면

$$2\angle b = 60^\circ \quad \therefore \angle b = 30^\circ$$

$\triangle ABT$ 에서 $\angle BAT = 90^\circ$, $\angle ABT = 30^\circ$ 이므로

$$\overline{BT} = \frac{\overline{AT}}{\sin 30^\circ} = 8 \times 2 = 16$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{BT} - \overline{DT} = 16 - 8 = 8$$

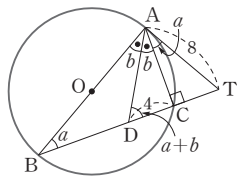
다른 풀이

$\triangle ACD$ 에서 $\angle CAD = 30^\circ$ 이므로

$$\overline{AD} = \frac{4}{\sin 30^\circ} = 4 \times 2 = 8$$

따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = \angle ABD = 30^\circ$ 이므로

$$\overline{BD} = \overline{AD} = 8$$



주제별 실력다지기

103~109쪽

01 6시간, 10시간	02 ⑤	03 ③
04 ④	05 (1) 19점 (2) $x=16, y=23$	
06 리, 마, 기, 다, 나	07 ①	08 $\sqrt{6}$ 점
09 ②	10 ②	11 $2\sqrt{11}$ 점
12 ②		
13 ④	14 (1) 25 (2) 7 (3) $\sqrt{7}$	15 ④
16 1, 2	17 3	18 ②
19 -11		
20 (1) 21 (2) 186 (3) 62	21 1	
22 (1) 8 (2) 81	23 21	24 50
25 $\sqrt{26}$ 점	26 ①	27 (1) 6 (2) $\frac{39}{4}$
28 평균 : 4, 표준편차 : $\frac{2\sqrt{3}}{3}$	29 (1) 11 cm (2) $\sqrt{7}$ cm	
30 $\sqrt{10}$ 회	31 ①, ⑤	32 서울, 주영, 유린
33 ③	34 ④	35 B, A, C

01 현정이의 독서 시간의 편차를 x 시간이라 하면 편차의 총합은 항상 0이므로

$$x + 3 + (-2) + 1 + 4 + (-3) = 0$$

$$\therefore x = -3$$

따라서 현정이의 독서 시간이 3시간이고 편차가 -3시간이므로 (편차) = (변량) - (평균)에서 전체 6명의 독서 시간의 평균은

$$(\text{변량}) - (\text{편차}) = 3 - (-3) = 6(\text{시간})$$

또, 독서 시간이 가장 긴 학생은 편차가 가장 큰 구름이고 구름이의 독서 시간은

$$(\text{평균}) + (\text{편차}) = 6 + 4 = 10(\text{시간})$$

02 승우의 몸무게의 편차를 x kg이라 하면 편차의 총합은 항상 0이므로

$$4+x+7+(-14)=0$$

$$\therefore x=3$$

이때 (편차)=(변량)-(평균)이므로

$$(\text{평균})=(\text{승우의 몸무게})-(\text{편차})=68-3=65(\text{kg})$$

따라서 강식이의 몸무게는

$$(\text{평균})+(\text{강식이의 편차})=65+4=69(\text{kg})$$

03 ① 편차의 총합은 항상 0이므로

$$(-4)+(-11)+x+16+(-6)=0 \quad \therefore x=5$$

② 4회의 기록은 $76+16=92(\text{cm})$ 이다.

③ 2회의 편차가 -11 cm 로 가장 작으므로 2회의 기록이 가장 낮다.

④ 기록이 낮은 회부터 순서대로 나열하면 2회, 5회, 1회, 3회, 4회이므로 중앙값은 1회의 기록과 같다.

⑤ 평균보다 기록이 높은 회차는 3회, 4회이다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

04 편차의 총합은 항상 0이므로

$$(-x+4)+2x+(x-8)+(-5)+(-x-1)=0$$

$$x-10=0 \quad \therefore x=10$$

몸무게의 평균이 60 kg 이므로 주영이의 몸무게는

$$60+(x-8)=60+(10-8)=62(\text{kg})$$

05 (1) 편차의 총합은 항상 0이므로

$$a+(-3)+b+4=0$$

$$\therefore a+b=-1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

현지와 지혜의 점수의 차이가 1점이므로 두 사람의 편차의 차도 1점이다.

$$\therefore b-a=1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=-1, b=0$$

따라서 수행평가 점수의 평균은 편차가 0점인 지혜의 점수와 같으므로 19점이다.

(2) (편차)=(변량)-(평균)이므로

$$x=(\text{평균})+(\text{소울이의 편차})=19+(-3)=16$$

$$y=(\text{평균})+(\text{유린이의 편차})=19+4=23$$

07 편차의 총합은 항상 0이므로

$$(-1)+(-3)+3+a+2+2=0 \quad \therefore a=-3$$

$\therefore$ (분산)

$$=\frac{(-1)^2+(-3)^2+3^2+(-3)^2+2^2+2^2}{6}$$

$$=\frac{36}{6}=6$$

08 편차의 총합은 항상 0이므로

$$(-2)+4+(-3)+a+1=0 \quad \therefore a=0$$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{(-2)^2+4^2+(-3)^2+0^2+1^2}{5}$$

$$=\frac{30}{5}=6$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{6}$ 점이다.

09 편차의 총합은 항상 0이므로

$$(-4)+x+8+(-2)+1+3+1+0=0$$

$$\therefore x=-7$$

(분산)

$$=\frac{(-4)^2+(-7)^2+8^2+(-2)^2+1^2+3^2+1^2+0^2}{8}$$

$$=\frac{144}{8}=18$$

$$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{시간})$$

10 현정이의 수학 성적을 기준으로 하므로 그 차가 0점인 학생 D가 현정이다.

현정이의 수학 성적을 x 점이라 하면 A, B, C, D, E의 수학 성적은 각각 $(x-1)$ 점, $(x+3)$ 점, $(x+2)$ 점, x 점,

$(x+1)$ 점이므로 평균은

$$\frac{(x-1)+(x+3)+(x+2)+x+(x+1)}{5}=x+1(\text{점})$$

즉, A, B, C, D, E의 편차는 각각

-2 점, 2 점, 1 점, -1 점, 0 점

$$\text{따라서 분산은 } \frac{(-2)^2+2^2+1^2+(-1)^2+0^2}{5}=\frac{10}{5}=2$$

11 은정이의 영어 성적을 x 점이라 하면 A, B, C, D, E의 영어 성적은 각각 $(x-10)$ 점, $(x+6)$ 점, $(x+3)$ 점,

$(x-8)$ 점, $(x+4)$ 점이므로 평균은

$$\frac{(x-10)+(x+6)+(x+3)+(x-8)+(x+4)}{5}$$

$$=x-1(\text{점})$$

즉, A, B, C, D, E의 편차는 각각

-9 점, 7 점, 4 점, -7 점, 5 점이므로 분산은

$$\frac{(-9)^2+7^2+4^2+(-7)^2+5^2}{5}=\frac{220}{5}=44$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{44}=2\sqrt{11}(\text{점})$ 이다.

$$12 (\text{평균})=\frac{33+38+26+26+32}{5}$$

$$=\frac{155}{5}=31(\text{점})$$

따라서 쪽지시험 점수의 편차는 각각

2 점, 7 점, -5 점, -5 점, 1 점이므로

$$\begin{aligned}(\text{분산}) &= \frac{2^2 + 7^2 + (-5)^2 + (-5)^2 + 1^2}{5} \\ &= \frac{104}{5} = 20.8\end{aligned}$$

참고 단위가 있는 자료의 평균, 편차, 표준편차에는 단위를 붙이고, 분산에는 단위를 붙이지 않는다.

$$\mathbf{13} \text{ (평균)} = \frac{28 + 27 + 28 + 22 + 30}{5} = \frac{135}{5} = 27(\text{회})$$

따라서 A, B, C, D, E의 진동 횟수의 편차는 각각 1회, 0회, 1회, -5회, 3회이므로

$$(\text{분산}) = \frac{1^2 + 0^2 + 1^2 + (-5)^2 + 3^2}{5} = \frac{36}{5} = 7.2$$

14 (1) (평균)

$$= \frac{22 + 22 + 23 + 24 + 24 + a + 25 + 26 + 28 + 31}{10}$$

$$= \frac{225 + a}{10} = 25$$

$$225 + a = 250 \quad \therefore a = 25$$

(2) 주어진 자료의 편차는 각각

-3, -3, -2, -1, -1, 0, 0, 1, 3, 6이므로

(분산)

$$= \frac{(-3)^2 \times 2 + (-2)^2 + (-1)^2 \times 2 + 1^2 + 3^2 + 6^2}{10}$$

$$= \frac{70}{10} = 7$$

(3) (표준편차) $= \sqrt{(\text{분산})} = \sqrt{7}$

15 평균이 24이므로

$$\frac{x + 28 + 24 + 22 + 19 + 24}{6} = 24$$

$$\frac{x + 117}{6} = 24, x + 117 = 144 \quad \therefore x = 27$$

이때 각 변량의 편차는 3, 4, 0, -2, -5, 0이므로

$$(\text{분산}) = \frac{3^2 + 4^2 + 0^2 + (-2)^2 + (-5)^2 + 0^2}{6} = \frac{54}{6} = 9$$

$\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{(\text{분산})} = \sqrt{9} = 3$

16 학생 수는 $1 + 2 + 4 + 2 + 1 = 10$ 이므로

$$(\text{평균}) = \frac{3 + 4 \times 2 + 5 \times 4 + 6 \times 2 + 7}{10} = \frac{50}{10} = 5(\text{권})$$

(분산)

$$= \frac{(3-5)^2 + (4-5)^2 \times 2 + (5-5)^2 \times 4 + (6-5)^2 \times 2 + (7-5)^2}{10}$$

$$= \frac{(-2)^2 + (-1)^2 \times 2 + 0^2 \times 4 + 1^2 \times 2 + 2^2}{10}$$

$$= \frac{12}{10} = 1.2$$

17 9, 7, a , b 의 평균이 5이므로

$$\frac{9 + 7 + a + b}{4} = 5 \text{에서 } a + b = 4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

분산이 10이므로

$$\frac{(9-5)^2 + (7-5)^2 + (a-5)^2 + (b-5)^2}{4} = 10$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 70 = 40$$

$$a^2 + b^2 - 10 \times 4 + 70 = 40$$

$$a^2 + b^2 = 10 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

이때 $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ 이므로 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 대입하면

$$10 = 4^2 - 2ab, 2ab = 6$$

$$\therefore ab = 3$$

$$\mathbf{18} \text{ 평균이 8이므로 } \frac{5 + x + 7 + y + 9}{5} = 8$$

$$x + y + 21 = 40 \quad \therefore x + y = 19 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

표준편차가 $2\sqrt{5}$, 즉 분산이 $(2\sqrt{5})^2 = 20$ 이므로

$$\frac{(5-8)^2 + (x-8)^2 + (7-8)^2 + (y-8)^2 + (9-8)^2}{5} = 20$$

$$x^2 + y^2 - 16(x+y) + 139 = 100$$

이 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 - 16 \times 19 + 139 = 100$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 265 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

이때 $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ 이므로 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 대입하면

$$19^2 = 265 + 2xy \quad \therefore 2xy = 96$$

19 편차의 총합은 항상 0이므로

$$a + 3 + (-1) + b + (-2) = 0$$

$$\therefore a + b = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

분산이 7.2이므로

$$\frac{a^2 + 3^2 + (-1)^2 + b^2 + (-2)^2}{5} = 7.2$$

$$a^2 + b^2 + 14 = 36$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 22 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

이때 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 이므로 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 대입하면

$$0 = 22 + 2ab, 2ab = -22$$

$$\therefore ab = -11$$

20 (1) a , b , c 의 평균이 7이므로

$$\frac{a + b + c}{3} = 7$$

$$\therefore a + b + c = 21$$

(2) a , b , c 의 분산이 13이므로

$$\frac{(a-7)^2 + (b-7)^2 + (c-7)^2}{3} = 13$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 147 = 39$$

$$a^2+b^2+c^2-14 \times 21+147=39$$

$$\therefore a^2+b^2+c^2=186$$

(3) a^2, b^2, c^2 의 평균은

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{3}=\frac{186}{3}=62$$

21 세 정육면체의 한 모서리의 길이를 각각 x, y, z 라 하면
세 정육면체의 한 모서리의 길이의 평균이 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=5 \quad \therefore x+y+z=15 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

세 정육면체의 겉넓이의 평균이 156이므로

$$\frac{6(x^2+y^2+z^2)}{3}=156$$

$$\therefore x^2+y^2+z^2=78 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

세 정육면체의 한 모서리의 길이의 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3} \\ &= \frac{x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75}{3} \\ &= \frac{78-10 \times 15+75}{3} \quad (\because \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}) \\ &=1 \end{aligned}$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{1}=1$ 이다.

22 a, b, c 의 평균이 3이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=3 \text{에서 } a+b+c=9$$

분산이 9이므로

$$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}=9$$

(1) $3a-1, 3b-1, 3c-1$ 의 평균은

$$\begin{aligned} & \frac{(3a-1)+(3b-1)+(3c-1)}{3} \\ &= \frac{3(a+b+c)-3}{3} = \frac{3 \times 9-3}{3} = \frac{24}{3}=8 \end{aligned}$$

(2) $3a-1, 3b-1, 3c-1$ 의 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(3a-1-8)^2+(3b-1-8)^2+(3c-1-8)^2}{3} \\ &= \frac{(3a-9)^2+(3b-9)^2+(3c-9)^2}{3} \\ &= 9 \times \frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3} \\ &= 9 \times 9=81 \end{aligned}$$

다른 풀이

(1) a, b, c 의 평균이 3이므로 $3a-1, 3b-1, 3c-1$ 의 평균은 $3 \times 3-1=8$

(2) a, b, c 의 분산이 9이므로 $3a-1, 3b-1, 3c-1$ 의 분산은 $3^2 \times 9=81$

23 a, b, c, d 의 평균이 8이므로 $\frac{a+b+c+d}{4}=8$

$$\therefore a+b+c+d=32 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

표준편차가 2, 즉 분산은 $2^2=4$ 이므로

$$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2}{4}=4$$

$$\therefore (a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2=16 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

변량 $2a+1, 2b+1, 2c+1, 2d+1$ 에 대하여

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{(2a+1)+(2b+1)+(2c+1)+(2d+1)}{4} \\ &= \frac{2(a+b+c+d)+4}{4} = \frac{2 \times 32+4}{4} \quad (\because \textcircled{㉠}) \\ &=17 \end{aligned}$$

(분산)

$$\begin{aligned} &= \frac{(2a+1-17)^2+(2b+1-17)^2+(2c+1-17)^2+(2d+1-17)^2}{4} \\ &= \frac{(2a-16)^2+(2b-16)^2+(2c-16)^2+(2d-16)^2}{4} \\ &= (a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2=16 \quad (\because \textcircled{㉡}) \\ \therefore (\text{표준편차}) &= \sqrt{16}=4 \end{aligned}$$

따라서 평균과 표준편차의 합은 $17+4=21$

24 x, y, z 의 평균이 4이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4 \text{에서 } x+y+z=12$$

x, y, z 의 표준편차가 3이므로 분산은

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=3^2=9 \text{에서}$$

$$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=27$$

$$x^2+y^2+z^2-8 \times 12+48=27$$

$$\therefore x^2+y^2+z^2=75$$

따라서 $2x^2, 2y^2, 2z^2$ 의 평균은

$$\frac{2x^2+2y^2+2z^2}{3}=\frac{2(x^2+y^2+z^2)}{3}=\frac{2 \times 75}{3}=50$$

25 남학생들의 음악 점수의 표준편차가 4점, 즉 분산이 $4^2=16$ 이므로

$$\frac{\{\text{남학생의 (편차)}^2 \text{의 총합}\}}{20}=16 \text{에서}$$

$$\{\text{남학생의 (편차)}^2 \text{의 총합}\}=16 \times 20=320$$

여학생들의 음악 점수의 표준편차가 6점, 즉 분산이 $6^2=36$ 이므로

$$\frac{\{\text{여학생의 (편차)}^2 \text{의 총합}\}}{20}=36 \text{에서}$$

$$\{\text{여학생의 (편차)}^2 \text{의 총합}\}=36 \times 20=720$$

이때 남학생과 여학생의 음악 점수의 평균이 같으므로 학급 전체 학생의 음악 점수의 분산은

$$\frac{\{\text{남학생의 (편차)}^2\text{의 총합}\} + \{\text{여학생의 (편차)}^2\text{의 총합}\}}{20+20} = \frac{320+720}{40} = 26$$

따라서 구하는 표준편차는 $\sqrt{26}$ (점)이다.

26 A 모둠의 표준편차는 a 점, 즉 분산이 a^2 이므로

$$\frac{\{A \text{ 모둠의 (편차)}^2\text{의 총합}\}}{12} = a^2 \text{에서}$$

$$\{A \text{ 모둠의 (편차)}^2\text{의 총합}\} = 12a^2$$

B 모둠의 표준편차는 3점, 즉 분산이 $3^2=9$ 이므로

$$\frac{\{B \text{ 모둠의 (편차)}^2\text{의 총합}\}}{8} = 3^2 \text{에서}$$

$$\{B \text{ 모둠의 (편차)}^2\text{의 총합}\} = 3^2 \times 8 = 72$$

A 모둠과 B 모둠의 평균이 같고, A 모둠과 B 모둠 전체의 분산이 $(\sqrt{6})^2=6$ 이므로

$$\frac{\{A \text{ 모둠의 (편차)}^2\text{의 총합}\} + \{B \text{ 모둠의 (편차)}^2\text{의 총합}\}}{12+8} = 6$$

$$= 6$$

$$\frac{12a^2+72}{20} = 6, 12a^2+72=120, 12a^2=48$$

$$a^2=4 \quad \therefore a=2 (\because a>0)$$

27 (1) a_1, a_2, a_3 의 평균이 5이므로

$$\frac{a_1+a_2+a_3}{3} = 5 \text{에서 } a_1+a_2+a_3=15$$

$a_1, a_2, a_3, 9$ 의 평균은

$$\frac{(a_1+a_2+a_3)+9}{4} = \frac{15+9}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

(2) a_1, a_2, a_3 의 표준편차가 3이므로

$$\frac{(a_1-5)^2+(a_2-5)^2+(a_3-5)^2}{3} = 3^2=9$$

$$(a_1^2+a_2^2+a_3^2)-10(a_1+a_2+a_3)+75=27$$

$$(a_1^2+a_2^2+a_3^2)-10 \times 15+75=27$$

$$\therefore a_1^2+a_2^2+a_3^2=102$$

$a_1, a_2, a_3, 9$ 의 분산은

$$\frac{(a_1-6)^2+(a_2-6)^2+(a_3-6)^2+(9-6)^2}{4}$$

$$= \frac{(a_1^2+a_2^2+a_3^2)-12(a_1+a_2+a_3)+117}{4}$$

$$= \frac{102-12 \times 15+117}{4}$$

$$= \frac{39}{4}$$

28 $x_1, x_2, x_3, 8$ 의 평균이 5이므로

$$\frac{x_1+x_2+x_3+8}{4} = 5 \text{에서 } x_1+x_2+x_3=12$$

$x_1, x_2, x_3, 8$ 의 표준편차가 2이므로 분산은

$$\frac{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2+(8-5)^2}{4} = 2^2=4$$

$$(x_1^2+x_2^2+x_3^2)-10(x_1+x_2+x_3)+75+9=16$$

$$(x_1^2+x_2^2+x_3^2)-10 \times 12+84=16$$

$$\therefore x_1^2+x_2^2+x_3^2=52$$

이때 x_1, x_2, x_3 의 평균은

$$\frac{x_1+x_2+x_3}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

분산은

$$\frac{(x_1-4)^2+(x_2-4)^2+(x_3-4)^2}{3}$$

$$= \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)-8(x_1+x_2+x_3)+48}{3}$$

$$= \frac{52-8 \times 12+48}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{(\text{분산})} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

29 (1) 바르게 측정한 두 연필의 길이를 x cm, y cm라 하면

x cm, y cm, 10 cm의 평균이 10 cm이므로

$$\frac{x+y+10}{3} = 10 \text{에서 } x+y=20$$

세 연필의 실제 길이 x cm, y cm, 13 cm의 평균은

$$\frac{x+y+13}{3} = \frac{20+13}{3} = \frac{33}{3} = 11(\text{cm})$$

(2) x cm, y cm, 10 cm의 분산이 5이므로

$$\frac{(x-10)^2+(y-10)^2+(10-10)^2}{3} = 5$$

$$x^2+y^2-20(x+y)+200=15$$

$$x^2+y^2-20 \times 20+200=15$$

$$\therefore x^2+y^2=215$$

세 연필의 실제 길이 x cm, y cm, 13 cm의 분산은

$$\frac{(x-11)^2+(y-11)^2+(13-11)^2}{3}$$

$$= \frac{x^2+y^2-22(x+y)+242+4}{3}$$

$$= \frac{215-22 \times 20+246}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{(\text{분산})} = \sqrt{7}(\text{cm})$$

30 평균이 80회, 분산이 15일 때의 학생 4명의 줄넘기 횟수를 a 회, b 회, 80회, 87회라 하면

$$\frac{a+b+80+87}{4} = 80$$

$$a+b+167=320 \quad \therefore a+b=153 \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

$$\frac{(a-80)^2+(b-80)^2+(80-80)^2+(87-80)^2}{4} = 15$$

$$(a-80)^2+(b-80)^2+49=60$$

$$\therefore (a-80)^2+(b-80)^2=11 \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

학생 4명의 실제 줄넘기 횟수 a 회, b 회, 82회, 85회에서

$$\begin{aligned}(\text{평균}) &= \frac{a+b+82+85}{4} = \frac{153+82+85}{4} \quad (\because \textcircled{1}) \\ &= 80(\text{회}) \\ (\text{분산}) &= \frac{(a-80)^2 + (b-80)^2 + (82-80)^2 + (85-80)^2}{4} \\ &= \frac{(a-80)^2 + (b-80)^2 + 29}{4} = \frac{11+29}{4} \quad (\because \textcircled{2}) \\ &= 10\end{aligned}$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{10}$ 회이다.

31 ① 편차의 절댓값이 클수록 변량은 평균에서 멀리 떨어져 있고, 편차의 절댓값이 작을수록 변량은 평균에 가까이 있다.

③ 각 변량의 편차의 절댓값이 클수록 (편차)²의 값이 커지므로 분산도 커진다.

④ 자료들이 대푯값으로부터 멀리 흩어져 있으면 산포도가 크고, 대푯값 주위에 밀집되어 있으면 산포도가 작다.

⑤ 자료들의 분포가 고를수록 표준편차가 작다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

32 주영, 소울, 유린이의 3일 동안의 음악 감상 시간의 평균은

$$\text{주영} : \frac{4+1+1}{3} = 2(\text{시간})$$

$$\text{소울} : \frac{3+1+2}{3} = 2(\text{시간})$$

$$\text{유린} : \frac{1+3+5}{3} = 3(\text{시간})$$

분산은

$$\text{주영} : \frac{(4-2)^2 + (1-2)^2 + (1-2)^2}{3} = 2$$

$$\text{소울} : \frac{(3-2)^2 + (1-2)^2 + (2-2)^2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{유린} : \frac{(1-3)^2 + (3-3)^2 + (5-3)^2}{3} = \frac{8}{3}$$

따라서 분산이 작을수록 음악 감상 시간이 고르므로 구하는 순서는 소울, 주영, 유린이다.

33 전과목 성적이 가장 우수한 학생은 전과목의 평균이 가장 높은 지혜이고, 상대적으로 다른 과목보다 수학 성적이 우수한 학생은 수학 성적을 전과목 평균보다 가장 높게 받은 규리이다.

또, 분산 또는 표준편차가 작을수록 분포 상태가 고르므로 전과목의 성적이 가장 고른 학생은 전과목 분산이 가장 작은 현지이다.

따라서 (가), (나), (다)에 알맞은 학생은 차례로 지혜, 규리, 현지이다.

34 ①, ② 현지의 평균이 영민이의 평균보다 높으므로 각 종목의 점수를 합한 총점은 현지가 영민이보다 높지만 특정한 몇 종목의 점수가 누가 더 높은지는 알 수 없다.

③ 현지의 평균이 영민이의 평균보다 높으므로 현지가 영민이보다 육상 10종 경기를 더 잘한다.

④ 분산 또는 표준편차가 작을수록 분포 상태가 고르므로 영민이의 점수가 현지의 점수보다 더 고르다.

⑤ 누가 더 많이 연습했는지는 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

35 세 자료 A, B, C의 평균은

$$A : \frac{1+2+3+4+5+5+4+3+2+1}{10} = 3$$

$$B : \frac{2+2+4+2+2+4+2+2+4+6}{10} = 3$$

$$C : \frac{1+3+5+1+3+5+1+3+5+3}{10} = 3$$

A, B, C의 평균이 모두 3이므로 각각의 편차는

$$A : -2, -1, 0, 1, 2, 2, 1, 0, -1, -2$$

$$B : -1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, -1, 1, 3$$

$$C : -2, 0, 2, -2, 0, 2, -2, 0, 2, 0$$

A, B, C의 분산은

$$A : \frac{(-2)^2 \times 2 + (-1)^2 \times 2 + 1^2 \times 2 + 2^2 \times 2}{10} = 2$$

$$B : \frac{(-1)^2 \times 6 + 1^2 \times 3 + 3^2 \times 1}{10} = 1.8$$

$$C : \frac{(-2)^2 \times 3 + 2^2 \times 3}{10} = 2.4$$

따라서 분산이 작을수록 분포가 고르므로 분포가 고른 것부터 순서대로 나열하면 B, A, C이다.

2 상자그림과 산점도

주제별 실력다지기

113~121쪽

01 7회

02 4

03 1

04 $a=2, b=9$ 05 중앙값 : 5개, $x=4$

06 풀이 참조 07 $x=6$, 풀이 참조

08 $a=11, b=7$	09 ㄱ, ㄷ	10 5
11 ⑤	12 ④	13 57
15 (1) 5명 (2) 11명 (3) 37.5 % (4) 12명	16 ③	
17 (1) 36 % (2) 14명 (3) 150점	18 180점	
19 ①, ⑤	20 90점	21 78점
22 36.5점	23 2.5개	24 4.4회
25 77.5점	26 76.25점	27 186점
28 5.5시간	29 (1) ㄱ, ㄷ (2) ㄴ, ㄹ (3) ㄹ, ㅁ	
30 ㄱ, ㄹ	31 ⑤	32 ③, ⑤
34 ①, ③	35 ㄷ, ㄹ	36 17
		37 ⑤

01 자료의 개수가 7이므로 제2사분위수는 4번째 변량인 $(4x-1)$ 회

$$\text{즉, } 4x-1=15 \quad \therefore x=4$$

제1사분위수는 작은 쪽 3개 변량의 중앙값인

$$2x+1=2 \times 4+1=9(\text{회})$$

제3사분위수는 큰 쪽 3개 변량의 중앙값인 16회

$$\therefore (\text{사분위수 범위}) = (\text{제3사분위수}) - (\text{제1사분위수}) \\ = 16 - 9 = 7(\text{회})$$

02 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

0, 0, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 4

중앙값, 즉 제2사분위수는 5번째 변량인 1회

$$\text{제1사분위수는 작은 쪽 4개 변량의 중앙값인 } \frac{0+1}{2}=0.5(\text{회})$$

$$\therefore a=0.5$$

$$\text{제3사분위수는 큰 쪽 4개 변량의 중앙값인 } \frac{3+4}{2}=3.5(\text{회})$$

$$\therefore b=3.5$$

$$\therefore a+b=0.5+3.5=4$$

03 (범위) = (최댓값) - (최솟값)이므로

$$8=a-1 \quad \therefore a=9$$

(사분위수 범위) = (제3사분위수) - (제1사분위수)에서

$$5=b-3 \quad \therefore b=8$$

$$\therefore a-b=9-8=1$$

04 변량의 개수가 11이므로 중앙값은 6번째 변량인 6개

제1사분위수는 작은 쪽 5개 변량의 중앙값인 2개

제3사분위수는 큰 쪽 5개 변량의 중앙값인 b 개

사분위수 범위가 7개이므로

(사분위수 범위) = (제3사분위수) - (제1사분위수)에서

$$7=b-2 \quad \therefore b=9$$

이때

$$(\text{평균}) = \frac{1+a+2+5+6+6+8+8+9+9+10}{11} = 6(\text{개})$$

이므로

$$\frac{a+64}{11} = 6 \quad \therefore a=2$$

$$\therefore a=2, b=9$$

05 $2x-1$ 을 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 2, 3, 4, 5, 5, 8이고, $2x-1$ 의 값에 따라 사분위수 범위가 다음과 같다.

$2x-1, 2, 3, 4, 5, 5, 8$ 일 때, (사분위수 범위) = $5-2=3(\text{개})$

$2, 2x-1, 3, 4, 5, 5, 8$ 일 때,

$$(\text{사분위수 범위}) = 5 - (2x-1) = 6-2x(\text{개})$$

$2, 3, 2x-1, 4, 5, 5, 8$ 일 때, (사분위수 범위) = $5-3=2(\text{개})$

$2, 3, 4, 2x-1, 5, 5, 8$ 일 때, (사분위수 범위) = $5-3=2(\text{개})$

$2, 3, 4, 5, 2x-1, 5, 8$ 일 때, (사분위수 범위) = $5-3=2(\text{개})$

$2, 3, 4, 5, 5, 2x-1, 8$ 일 때,

$$(\text{사분위수 범위}) = (2x-1) - 3 = 2x-4(\text{개})$$

$2, 3, 4, 5, 5, 8, 2x-1$ 일 때, (사분위수 범위) = $8-3=5(\text{개})$

사분위수 범위가 4개이므로 $6-2x=4$ 또는 $2x-4=4$

$$6-2x=4 \text{에서 } x=1$$

$2x-1=2 \times 1-1=1$ 이므로 제1사분위수가 될 수 없다.

$$2x-4=4 \text{에서 } x=4$$

$2x-1=2 \times 4-1=7$ 이므로 제3사분위수이다.

따라서 중앙값은 5개, $x=4$ 이다.

06 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

115, 119, 120, 121, 122, 123, 123, 123

최솟값은 115, 최댓값은 123

변량의 개수가 8로 짝수이므로 중앙값은 4번째와 5번째 변량

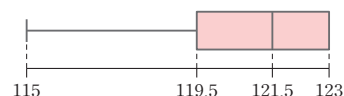
$$\text{의 평균인 } \frac{121+122}{2} = 121.5$$

제1사분위수는 작은 쪽 4개 변량의 중앙값인

$$\frac{119+120}{2} = 119.5$$

제3사분위수는 큰 쪽 4개 변량의 중앙값인 123

따라서 제3사분위수와 최댓값이 같으므로 상자그림은 다음과 같다.



07 (평균) = $\frac{10+8+x+2+7+9+8}{7} = 7$

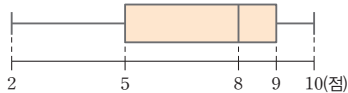
$\frac{x+44}{7} = 7 \quad \therefore x = 5$

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 5, 7, 8, 8, 9, 10

최솟값은 2점, 최댓값은 10점이고, 중앙값은 4번째 변량인 8 점, 제1사분위수는 작은 쪽 3개 변량의 중앙값인 5점, 제3사분위수는 큰 쪽 3개 변량의 중앙값인 9점이다.

따라서 구하는 상자그림은 다음과 같다.



08 $a+b$, a , $a-b$ 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

8, 10, 15, 19

상자그림에서 최솟값은 4개, 제1사분위수는 8개, 제3사분위수는 18개이고, 변량의 개수가 7이므로 제1사분위수는 2번째 변량, 제3사분위수는 6번째 변량이다.

이때 $a-b < a < a+b$ 이고,

최솟값이 4개이므로 $a-b=4$ ㉠

제3사분위수가 18개이므로 $a+b=18$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=11$, $b=7$

09 ㄱ. 최솟값이 28분, 최댓값이 65분이므로

(범위) = (최댓값) - (최솟값) = $65 - 28 = 37$ (분)

제1사분위수가 36분, 제3사분위수가 51분이므로

(사분위수 범위) = (제3사분위수) - (제1사분위수)
= $51 - 36 = 15$ (분)

ㄴ. 자료의 개수가 10일 때 중앙값인 46분은 5번째와 6번째 변량의 평균이다. 운동시간이 46분인 학생이 전학 오면 전체 학생 11명의 운동시간을 크기순으로 나열했을 때 중앙값인 6번째 변량은 46분이다.

따라서 중앙값은 변하지 않는다.

ㄷ. 운동시간이 가장 짧은 학생의 운동시간을 5분 늘리면 전체 운동 시간은 5분이 늘어나고, 학생 수는 변함없으므로 평균은 $\frac{5}{10} = 0.5$ (분) 늘어난다.

ㄹ. 최댓값이 사라지면 자료의 개수가 바뀌지만 변량의 분포에 따라 제1사분위수, 제3사분위수의 값은 변하지 않을 수도 있다.

예를 들어 자료가 28, 36, 36, 37, 45, 47, 51, 51, 60, 65일 때, 최솟값은 28분, 제1사분위수는 36분, 제2사분위수는 46분, 제3사분위수는 51분, 최댓값은 65분이다. 이 때 최댓값 65분이 사라지면 28, 36, 36, 37, 45, 47, 51,

51, 60에서 제1사분위수는 36분, 제3사분위수는 51분으로 변화가 없으므로 사분위수 범위는 원래의 자료와 같다. 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

10 최솟값이 2권이므로 학생들이 푼 문제집은 최소 2권이다.
 $\therefore a=2$

제3사분위수는 7권이므로 상위 25 %에 속하는 학생이 푼 문제집은 최소 7권이다.

$\therefore b=7$

$\therefore b-a=7-2=5$

11 상자그림의 각 구간에는 전체 자료의 약 25 %가 있다.

① 70점 이상인 학생은 전체의 약 25 %

② 70점 이상인 학생은 전체의 약 50 % 이상 75 % 이하

③ 70점 이상인 학생은 전체의 약 50 %

④ 70점 이상인 학생은 전체의 약 25 % 이상 50 % 이하

⑤ 70점 이상인 학생은 전체의 약 75 %

따라서 70점 이상인 학생의 비율이 가장 높은 학급은 ⑤이다.

12 ① A 학교에서 최솟값이 26세이므로 가장 젊은 선생님의 나이는 26세이다.

② B 학교에서 제3사분위수가 44세이므로 44세 이상인 선생님은 약 25 %이고, 최소 $20 \times \frac{25}{100} = 5$ (명)이다.

③ A, B 두 학교 선생님의 나이의 중앙값은 각각 46세, 40세이다.

④ 42세 이상인 선생님은 A 학교가 약 75 %, B 학교는 약 25 % 이상 50 % 이하이므로 B 학교보다 A 학교에 더 많다.

⑤ B 학교의 중앙값이 A 학교의 중앙값보다 작고, B 학교의 상자가 A 학교의 상자보다 왼쪽에 있으므로 B 학교의 선생님이 A 학교의 선생님보다 대체로 더 젊다고 할 수 있다. 따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

13 ㄱ. 가장 적은 판매를 기록한 영업사원은 A이고 판매량은 2개이므로 $a=2$

ㄴ. 구간의 길이가 짧을수록 자료가 밀집되어 있으므로 가장 짧은 구간의 길이는 2개
 $\therefore b=2$

$\therefore b=2$

ㄷ. (A의 사분위수 범위) = $9 - 4 = 5$ (개),

(B의 사분위수 범위) = $15 - 11 = 4$ (개)이므로

(A, B의 사분위수 범위의 차) = $5 - 4 = 1$ (개)

$\therefore c=1$

ㄹ. A에 대한 상자그림에서 제2사분위수가 7개이므로 판매량이 7개 이상인 날은 전체의 약 50 %이다.

$$\therefore d=50$$

ㅁ. B의 중앙값이 A의 중앙값보다 크고, B의 상자가 A의 상자보다 위쪽에 있으므로 B의 판매량이 A보다 대체로 많다. 즉, 영업사원 B의 판매량이 대체로 더 많으므로 $e=2$ 따라서 구하는 값은

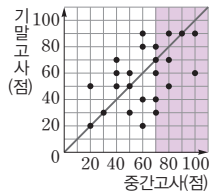
$$a+b+c+d+e=2+2+1+50+2=57$$

14 주어진 히스토그램에서 자료의 최솟값은 10 kg 이상 20 kg 미만, 최댓값은 50 kg 이상 60 kg 미만인 계급에 속한다. 또, 전체 변량이 15개이므로 자료를 작은 크기부터 나열했을 때 제1사분위수는 4번째, 중앙값은 8번째, 제3사분위수는 12번째의 자료이다.

농산물의 생산량이 10 kg 이상 20 kg 미만인 가구는 4가구, 20 kg 이상 30 kg 미만인 가구는 2가구, 30 kg 이상 40 kg 미만인 가구는 3가구, 40 kg 이상 50 kg 미만인 가구는 5가구, 50 kg 이상 60 kg 미만인 가구는 1가구이므로 제1사분위수는 10 kg 이상 20 kg 미만, 중앙값은 30 kg 이상 40 kg 미만, 제3사분위수는 40 kg 이상 50 kg 미만인 계급에 속한다.

따라서 상자그림으로 가장 적당한 것은 ④이다.

15 (1) 중간고사 성적과 기말고사 성적이 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있는 점과 같으므로 5명이다.

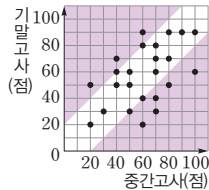


(2) 중간고사 성적이 70점 이상인 학생은 위 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하는 점과 같으므로 11명이다.

(3) 기말고사 성적이 중간고사 성적보다 향상된 학생은 위 그림에서 대각선의 위쪽 부분에 있는 점과 같으므로 9명이다.

$$\text{따라서 전체의 } \frac{9}{24} \times 100 = 37.5(\%)$$

(4) 중간고사 성적과 기말고사 성적의 차가 20점 이상인 학생 수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하는 점과 같으므로 12명이다.



16 ② 학생 A, B, C, D, E 중 수면 시간이 가장 짧은 학생 A의 수학 성적은 100점으로 가장 높다.

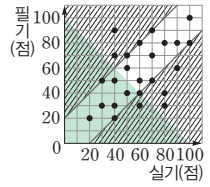
③ 학생 C와 학생 D의 수면 시간은 9시간으로 같다.

⑤ 수면 시간이 9시간 이상인 학생은 6명이므로 전체의

$$\frac{6}{20} \times 100 = 30(\%) \text{이다.}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

17 (1) 실기와 필기 점수의 평균이 50점 이하, 즉 총점이 100점 이하인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하는 점과 같으므로 9명이다.

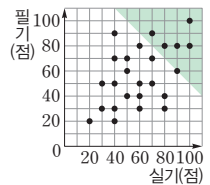


$$\text{따라서 전체의 } \frac{9}{25} \times 100 = 36(\%) \text{이다.}$$

(2) 실기와 필기 점수의 차가 20점 이상인 학생은 위 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속하는 점과 같으므로 14명이다.

(3) 전체 학생 수가 25명이므로 상위 24 % 이내에 드는 학생은 $25 \times \frac{24}{100} = 6(\text{명})$ 이다.

따라서 6명 이내에 들려면 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하므로 점수의 합은 최소 150점 이상이다.

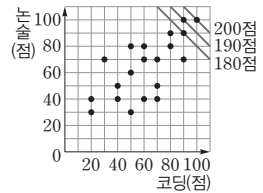


18 상위 15 % 이내에 드는 학생

$$\text{은 } 20 \times \frac{15}{100} = 3(\text{명})$$

오른쪽 그림에서 점수의 합이 세 번째로 높은 학생의 코딩 점수와 논술 점수는 각각 90점이므로 점수의 합은 $90 + 90 = 180(\text{점})$

따라서 상위 15 % 이내에 드는 학생의 코딩 점수와 논술 점수의 합은 최소 180점 이상이다.



19 ② TV 시청 시간이 3시간 이상인 학생은 11명이므로

$$\text{전체의 } \frac{11}{20} \times 100 = 55(\%) \text{이다.}$$

③ 수면 시간이 8시간인 학생의 평균 TV 시청 시간은

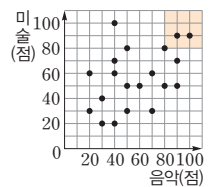
$$\frac{2+3+4}{3} = 3(\text{시간}) \text{이다.}$$

④ TV 시청 시간이 2시간 미만인 학생의 평균 수면 시간은

$$\frac{7.5+8.5+9}{3} = \frac{25}{3}(\text{시간}), \text{ 즉 } 8\text{시간 } 20\text{분이다.}$$

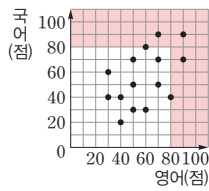
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

20 음악 점수와 미술 점수가 모두 80점 이상인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 있는 점과 같고, 음악 점수는 각각 80점, 90점, 100점이다.



$$\therefore (\text{평균}) = \frac{80+90+100}{3} = \frac{270}{3} = 90(\text{점})$$

21 적어도 한 과목에서 80점 이상을 받은 학생들은 오른쪽 그림의 색칠한 부분(경계선 포함)에 있는 점과 같고 점수를 (영어 점수, 국어 점수)로 나타내면



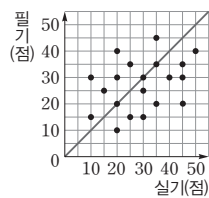
(60, 80), (70, 90), (80, 40), (90, 70), (90, 90)

이므로 적어도 한 과목에서 80점 이상을 받은 학생은 모두 5명이다.

따라서 이 학생들의 영어 점수의 평균은

$$\frac{60+70+80+90 \times 2}{5} = \frac{390}{5} = 78(\text{점})$$

22 필기보다 실기에서 더 높은 점수를 받은 학생들은 오른쪽 그림의 대각선 아래쪽 부분과 같고 점수를



(실기 점수, 필기 점수)로 나타내면

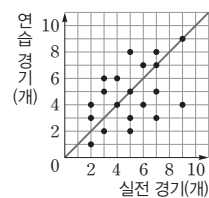
(20, 10), (25, 15), (30, 15),
(30, 25), (35, 20), (40, 30), (45, 20), (45, 30),
(45, 35), (50, 40)

이므로 필기보다 실기에서 더 높은 점수를 받은 학생은 모두 10명이다.

따라서 이 학생들의 실기 점수의 평균은

$$\frac{20+25+30 \times 2+35+40+45 \times 3+50}{10} = \frac{365}{10} = 36.5(\text{점})$$

23 연습 경기보다 실전 경기에서 안타 개수가 더 많은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 아래쪽 부분과 같고, 안타 개수를 (실전 경기에서 안타 개수, 연습 경기에서의 안타 개수)로 나타내면



(2, 1), (3, 2), (5, 2), (5, 3), (6, 4), (7, 3), (7, 5),
(9, 4)

이므로 연습 경기보다 실전 경기에서의 안타 개수가 더 많은 학생은 모두 8명이다.

이 학생들의 연습 경기에서의 안타 개수의 평균은

$$\frac{1+2 \times 2+3 \times 2+4 \times 2+5}{8} = \frac{24}{8} = 3(\text{개})$$

실전 경기에서의 안타 개수의 평균은

$$\frac{2+3+5 \times 2+6+7 \times 2+9}{8} = \frac{44}{8} = 5.5(\text{개})$$

따라서 연습 경기보다 실전 경기에서 평균

$5.5-3=2.5(\text{개})$ 의 안타를 더 친다.

24 하루 평균 3시간 이상 운동하는 사람들의 질병 발생 횟수에 대한 도수분포표는 다음과 같다.

질병 발생 횟수(회)	2	3	4	5	6	8	합계
도수(명)	2	1	3	1	2	1	10

$$\begin{aligned} \therefore (\text{평균}) &= \frac{2 \times 2 + 3 + 4 \times 3 + 5 + 6 \times 2 + 8}{10} \\ &= \frac{44}{10} \\ &= 4.4(\text{회}) \end{aligned}$$

25 두 과목의 점수를 합하여 상위 6등인 학생은 국어 점수가 70점, 영어 점수가 70점이다.

영어 점수가 70점보다 높은 학생들의 국어 점수는 다음과 같다.

국어(점)	60	80	90	합계
도수(명)	1	2	1	4

따라서 국어 점수의 평균은

$$\frac{60+80 \times 2+90}{4} = \frac{310}{4} = 77.5(\text{점})$$

26 상위 32% 이내인 학생은 $25 \times \frac{32}{100} = 8(\text{명})$

8등 이내인 학생들의 성적을 (1학년 점수, 2학년 점수)로 나타내면

(60, 70), (60, 80), (60, 90), (70, 60),
(80, 70), (80, 80), (90, 70), (90, 90)

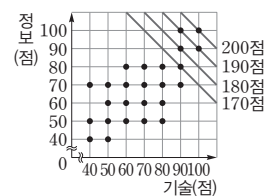
따라서 이 학생들의 2학년 성적의 평균은

$$\frac{60+70 \times 3+80 \times 2+90 \times 2}{8} = \frac{610}{8} = 76.25(\text{점})$$

27 상위 20% 이내에 드는 학

생은 $25 \times \frac{20}{100} = 5(\text{명})$ 이고,

오른쪽 그림에서 직선 위에 있는 점이다.



따라서 구하는 평균은

$$\frac{170+180+190 \times 2+200}{5} = \frac{930}{5} = 186(\text{점})$$

28 중복된 점에 해당하는 학생의 1학기 특별 활동 시간을 a 시간, 2학기 특별 활동 시간을 b 시간이라 하면

1학기 특별 활동 시간의 평균은 7.4시간이므로

$$\frac{4+6 \times 2+7+8 \times 2+9+10 \times 2+a}{10} = 7.4$$

$$68+a=74 \quad \therefore a=6$$

2학기 특별 활동 시간의 평균은 7.1시간이므로

$$\frac{4+5+6+7 \times 2+8+9+10 \times 2+b}{10} = 7.1$$

$$66+b=71 \quad \therefore b=5$$

따라서 이 학생의 1학기과 2학기의 특별 활동 시간의 평균은 $\frac{6+5}{2}=5.5(\text{시간})$

30 주어진 산점도는 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 대체로 감소하므로 음의 상관관계를 나타낸다.

ㄱ, ㄴ : 음의 상관관계

ㄷ, ㄹ : 양의 상관관계

따라서 음의 상관관계를 나타내는 것은 ㄱ, ㄴ이다.

31 ①, ②, ③, ④ 양의 상관관계

⑤ 음의 상관관계

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

32 ③ A는 키에 비해 발 크기가 작은 편이다.

⑤ A, B, C, D 중 키에 비해 발이 큰 학생은 B이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

33 ① A는 원석의 크기에 비해 가격이 비싼 편이다.

② B는 C보다 원석의 크기가 크다.

③ D는 A보다 크기는 크지만 가격은 싸다.

⑤ 원석의 크기와 가격 사이에는 양의 상관관계가 있다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

34 ② 모의고사에서 가장 높은 점수를 받은 학생은 B이다.

④ 모의고사보다 수학경시대회에서 더 높은 점수를 받은 학생은 A와 C이다.

⑤ 모의고사 점수와 수학경시대회 점수 사이에는 양의 상관관계가 있다.

따라서 옳은 것은 ①, ③이다.

35 ㄷ. C는 E에 비해 독서량은 적지만 국어 성적은 높다.

ㄹ. D는 독서량도 적고 국어 성적도 낮다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

36 ㄱ. 1차와 2차의 기록이 모두 8회 이상인 학생은 4명이 고, 이때 1차 기록은 9회, 9회, 9회, 10회이므로

$$(\text{평균}) = \frac{9+9+9+10}{4} = \frac{37}{4} = 9.25(\text{회})$$

$$\therefore a = 9.25$$

ㄴ. 산점도에서 대각선 위쪽 부분에 있는 점이 1차보다 2차의 기록이 더 좋은 학생들을 나타내므로 3명이다.

$$\therefore b = 3$$

1차의 기록을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 9, 10

2차의 기록을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 9, 10, 10

ㄷ. 1차 기록의 중앙값은 8회이고, 2차 기록의 중앙값은 7.5회이므로 1, 2차 기록의 중앙값의 차는

$$8 - 7.5 = 0.5 \quad \therefore c = 0.5$$

ㄹ. 제1사분위수는 7회, 제3사분위수는 9회이므로 1차 기록의 사분위수 범위는

$$(\text{제3사분위수}) - (\text{제1사분위수}) = 9 - 7 = 2(\text{회})$$

$$\therefore d = 2$$

$$\therefore ad - bc = 9.25 \times 2 - 3 \times 0.5 = 18.5 - 1.5 = 17$$

37 중간고사 성적을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

75, 77, 80, 81, 84, 85, 87, 87, 91, 91, 93

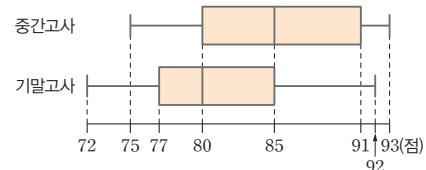
최솟값은 75점, 최댓값은 93점, 제1사분위수는 3번째 변량인 80점, 중앙값은 6번째 변량인 85점, 제3사분위수는 9번째 변량인 91점이다.

기말고사 성적을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

72, 74, 77, 77, 77, 80, 83, 84, 85, 91, 92

최솟값은 72점, 최댓값은 92점, 제1사분위수는 3번째 변량인 77점, 중앙값은 6번째 변량인 80점, 제3사분위수는 9번째 변량인 85점이다.

중간고사 성적과 기말고사 성적의 상자그림은 다음과 같다.



① 중간고사의 중앙값은 85점, 기말고사의 중앙값은 80점이므로

$$(\text{중앙값의 차}) = 85 - 80 = 5(\text{점})$$

② 중간고사 성적의 사분위수 범위는 $91 - 80 = 11(\text{점})$,

$$\text{기말고사 성적의 사분위수 범위는 } 85 - 77 = 8(\text{점})$$

이므로 기말고사 성적의 사분위수 범위가 중간고사 성적의 사분위수 범위보다 작다.

③ 중간고사 성적과 기말고사 성적의 평균이 80점 미만인 학생들의 두 시험의 점수의 합은 160점 미만이므로 4명이다.

④ 중간고사 성적과 기말고사 시험의 성적을 합하여 상위 5등 이내인 학생들의 기말고사 성적은 83점, 84점, 85점, 91점, 92점이므로

$$(\text{평균}) = \frac{83+84+85+91+92}{5} = \frac{435}{5} = 87(\text{점})$$

⑤ 중간고사 성적의 중앙값이 기말고사 성적의 중앙값보다 오른쪽에 있고, 중간고사 성적에 대한 상자그림이 기말고사 성적에 대한 상자그림보다 전체적으로 오른쪽에 있으므로 중간고사 성적이 기말고사 성적보다 대체로 높다.

III 통계

단원 종합 문제

122~127쪽

01 ③, ⑤	02 ④	03 ⑤	04 90점
05 ①	06 178 cm, 16.5	07 ⑤	
08 ③	09 4	10 $\sqrt{3}$	11 ③
12 ③	13 ②, ③	14 ③	15 7
16 85점	17 ④	18 ④	19 ③
20 ④	21 (1) 7명 (2) 45 % (3) 200점	22 ③	
23 60점	24 ⑤	25 (1) 25 % (2) 4명	
26 ㄱ, ㄴ	27 (1) 6명 (2) 80점		
28 ③, ④	29 ③	30 ③	
31 4가지	32 1시간		

01 ③ (편차)=(변량)-(평균)

⑤ 표준편차는 산포도의 일종이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

02 x, y, z 의 평균이 12이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=12 \quad \therefore x+y+z=36 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$3x+3, 3y+5, 3z-2, 6$ 의 평균은

$$\frac{(3x+3)+(3y+5)+(3z-2)+6}{4}$$

$$= \frac{3(x+y+z)+12}{4}$$

$$= \frac{3 \times 36 + 12}{4} \quad (\because \textcircled{1})$$

$$= \frac{120}{4} = 30$$

03 A반 학생들의 미술 실기 시험 점수의 총합은

$$8 \times 38 = 304(\text{점})$$

B반 학생들의 미술 실기 시험 점수의 총합은

$$12 \times 43 = 516(\text{점})$$

따라서 전체 학생 $8+12=20$ (명)의 점수의 평균은

$$\frac{304+516}{20} = 41(\text{점})$$

04 전체 10과목 중 수학, 국어, 사회, 과학 4과목의 점수를 각각 x_1 점, x_2 점, x_3 점, x_4 점이라 하고 나머지 6과목의 점수를 각각 x_5 점, x_6 점, $\cdots$, x_{10} 점이라 하면

전체 점수의 평균이 92점이므로

$$\frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10}}{10}=92$$

$$\therefore x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10}=920$$

수학, 국어, 사회, 과학 점수의 평균이 95점이므로

$$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4}=95$$

$$\therefore x_1+x_2+x_3+x_4=380$$

따라서 나머지 6과목의 점수의 평균은

$$\begin{aligned} & \frac{x_5+x_6+\cdots+x_{10}}{6} \\ &= \frac{(x_1+x_2+\cdots+x_{10})-(x_1+x_2+x_3+x_4)}{6} \\ &= \frac{920-380}{6} \\ &= \frac{540}{6} = 90(\text{점}) \end{aligned}$$

05 편차의 총합은 항상 0이므로

$$(-1)+x+6+(-3)=0$$

$$\therefore x=-2$$

06 형준이의 키의 편차를 x cm라 하면 편차의 총합은 항상 0이므로

$$2+(-1)+(-6)+x=0$$

$$\therefore x=5$$

(편차)=(변량)-(평균)이므로 (변량)=(편차)+(평균)

즉, 형준이의 키는 $5+173=178(\text{cm})$

4명 전체의 키의 분산은

$$\frac{2^2+(-1)^2+(-6)^2+5^2}{4} = \frac{66}{4} = 16.5$$

07 연속하는 5개의 짝수를 $a-4, a-2, a, a+2, a+4$

(단, a 는 4보다 큰 짝수)라 하면

$$(\text{평균}) = \frac{(a-4)+(a-2)+a+(a+2)+(a+4)}{5}$$

$$= \frac{5a}{5} = a$$

$\therefore$ (분산)

$$= \frac{(a-4-a)^2+(a-2-a)^2+(a-a)^2+(a+2-a)^2+(a+4-a)^2}{5}$$

$$= \frac{16+4+0+4+16}{5}$$

$$= \frac{40}{5} = 8$$

08 a, b, c, d 의 평균은 1이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=1 \quad \therefore a+b+c+d=4 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

a, b, c, d 의 분산은 3이므로

$$\frac{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2+(d-1)^2}{4}=3 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$1-3a, 1-3b, 1-3c, 1-3d$ 의 평균은

$$\begin{aligned} & \frac{(1-3a)+(1-3b)+(1-3c)+(1-3d)}{4} \\ &= \frac{-3(a+b+c+d)+4}{4} = \frac{-3 \times 4 + 4}{4} \quad (\because \textcircled{㉠}) \\ &= \frac{-8}{4} = -2 \end{aligned}$$

분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(1-3a+2)^2+(1-3b+2)^2+(1-3c+2)^2+(1-3d+2)^2}{4} \\ &= \frac{(3-3a)^2+(3-3b)^2+(3-3c)^2+(3-3d)^2}{4} \\ &= 9 \times \frac{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2+(d-1)^2}{4} \\ &= 9 \times 3 \quad (\because \textcircled{㉡}) \\ &= 27 \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{(\text{분산})} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

다른 풀이

a, b, c, d 의 분산이 3이므로

$1-3a, 1-3b, 1-3c, 1-3d$ 의 분산은

$$\begin{aligned} & (-3)^2 \times 3 = 27 \\ & \therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{(\text{분산})} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\textbf{09} \quad (\text{평균}) = \frac{8+6+x+10+y}{5} = 8 \text{에서 } x+y=16$$

(분산)

$$\begin{aligned} &= \frac{(8-8)^2+(6-8)^2+(x-8)^2+(10-8)^2+(y-8)^2}{5} \\ &= (\sqrt{2})^2 = 2 \\ & x^2+y^2-16(x+y)+136=10 \\ & x^2+y^2-16 \times 16+136=10 \\ & \therefore x^2+y^2=130 \\ & \text{이때 } x^2+y^2=(x+y)^2-2xy \text{이므로} \\ & 130=16^2-2xy \text{에서 } xy=63 \\ & \therefore (x-y)^2=x^2+y^2-2xy=130-2 \times 63=4 \end{aligned}$$

10 두 팀의 평균이 5로 같으므로 두 팀 전체의 평균도 5이다.

A팀의 팀원들이 맞힌 퀴즈 수를 각각 x_1, x_2, x_3, x_4 라 하면

(A팀의 분산)

$$\begin{aligned} &= \frac{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2+(x_4-5)^2}{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\therefore (x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2+(x_4-5)^2=8$$

B팀의 팀원들이 맞힌 퀴즈 수를 각각 y_1, y_2, y_3, y_4 라 하면

(B팀의 분산)

$$\begin{aligned} &= \frac{(y_1-5)^2+(y_2-5)^2+(y_3-5)^2+(y_4-5)^2}{4} \\ &= 4 \\ & \therefore (y_1-5)^2+(y_2-5)^2+(y_3-5)^2+(y_4-5)^2=16 \\ & \text{이때 } x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4 \text{의 평균도 5이므로} \\ & \text{(두 팀 전체의 분산)} \\ &= \frac{1}{8} \{ (x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2+(x_4-5)^2 \\ & \quad + (y_1-5)^2+(y_2-5)^2+(y_3-5)^2+(y_4-5)^2 \} \\ &= \frac{1}{8} \times (8+16) = \frac{1}{8} \times 24 = 3 \\ & \therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{(\text{분산})} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

11 분산 또는 표준편차가 작을수록 분포 상태가 고르고

(분산) = $\frac{(\text{편차})^2 \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}}$ 이므로 두 학생 A, B의 분산이 같다.

따라서 두 학생 A, B의 6과목 점수의 고른 정도는 같다.

12 평균이 높을수록 실력이 좋으므로 턱걸이 실력은 현정 이네 반이 더 좋다.

또, 분산 또는 표준편차가 작을수록 분포가 고르므로 턱걸이 실력은 나연이네 반이 더 고르다.

13 ② 상자그림에서 자료의 평균은 알 수 없다.

③ 상자그림의 각 구간은 길이에 상관없이 전체 자료의 약 25%의 변량이 포함되어 있다. 즉, 각 구간의 길이가 짧을수록 그 구간에 해당되는 변량이 밀집되어 있다.

⑤ (범위) = (최댓값) - (최솟값)으로 100%의 자료가 포함된 구간이고,

(사분위수 범위) = (제3사분위수) - (제1사분위수)로 전체 자료의 약 50%가 포함된 구간이다.

즉, 범위에 속한 자료의 수는 사분위수 범위에 속한 자료의 수의 약 2배이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

14 편차의 총합은 항상 0이므로

$$3+(-2)+(-2x)+x+1+(-3)+(-1)=0$$

$$\therefore x=-2$$

(변량) = (편차) + (평균)이므로 각 학생의 실험시간은 다음과 같다.

학생	학열	윤정	주영	재훈	보경	영태	동욱
편차(시간)	3	-2	4	-2	1	-3	-1
변량(시간)	7	2	8	2	5	1	3

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 2, 3, 5, 7, 8

최솟값은 1시간, 제1사분위수는 2시간, 중앙값은 3시간, 제3사분위수는 7시간, 최댓값은 8시간이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

15 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$a, 2, b, 5, 8$

a 는 자연수이므로 $a=1$ 또는 $a=2$

$a=1$ 일 때,

$$(\text{평균}) = \frac{1+2+b+5+8}{5} = 4.4 \quad \therefore b=6$$

이때 b 는 제2사분위수가 아니다.

$a=2$ 일 때,

$$(\text{평균}) = \frac{2+2+b+5+8}{5} = 4.4 \quad \therefore b=5$$

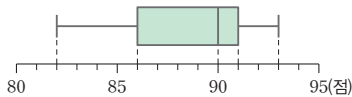
따라서 $a=2, b=5$ 이므로

$$a+b=2+5=7$$

16 영어 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

82, 86, 88, 90, 91, 91, 93

최솟값은 82점, 최댓값은 93점이고, 제1사분위수는 86점, 중앙값은 90점, 제3사분위수는 91점이므로 상자그림은 다음과 같다.



이때 변량이 가장 밀집되어 있는 구간은 90점 이상 91점 이하 구간이므로 이 구간에 속한 학생들의 수학 점수는 79점, 82점, 94점이다.

따라서 이 학생들의 수학 점수의 평균은

$$\frac{79+82+94}{3} = \frac{255}{3} = 85(\text{점})$$

17 변량의 개수가 35이므로 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때 제1사분위수, 중앙값, 제3사분위수는 각각 9번째, 18번째, 27번째에 있는 변량이다.

① 히스토그램에서 전체 학생은

$$1+3+6+9+12+4=35(\text{명})$$

② 상자그림에서 제3사분위수가 26분이므로 문제를 푸는데 26분 걸린 학생이 있다.

③ a 분은 제1사분위수이다. 즉, 9번째 변량이므로 히스토그램에서 15분 이상 20분 미만인 계급에 속한다.

④ b 분은 중앙값이다. 즉, 18번째 변량이므로 히스토그램에서 20분 이상 25분 미만인 계급에 속한다.

⑤ 상자그림에서 최솟값이 7분, 최댓값이 34분이므로 문제를

가장 빨리 푼 학생이 걸린 시간은 7분, 가장 늦게 푼 학생이 걸린 시간은 34분이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

18 ① 서귀포시보다 제주시의 상자그림의 범위가 작으므로 표준편차도 작다.

② 서귀포시의 중앙값이 28°C 이므로 일평균기온이 26°C 이상인 날은 전체의 50%보다 많고, 7월의 일수가 31일이므로 제3사분위수 28°C 는 16번째 변량이다. 즉, 서귀포시의 일평균기온이 26°C 이상인 날은 최소 16일이다.

③ 제주시의 중앙값이 26°C 이므로 일평균기온이 26°C 이상인 일수와 이하인 일수는 약 50%씩으로 같거나 비슷하다.

④ 두 도시의 제1사분위수가 24°C 로 같으므로 일평균기온이 24°C 이상인 날은 전체의 약 75%로 비슷하다.

⑤ 서귀포시보다 제주시의 중앙값이 작고, 제주시의 상자가 서귀포시의 상자보다 왼쪽에 있으므로 제주시의 일평균기온이 서귀포시보다 대체로 더 낮다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

19 차량의 고속도로 운행거리가 길수록 고속도로 통행료가 대체로 비싸지므로 양의 상관관계가 있다.

따라서 양의 상관관계를 나타내는 산점도는 ③이다.

20 ① 운동량이 많을수록 대체로 몸무게는 낮아진다. 즉, 음의 상관관계이다.

② 하루 중 게임 시간이 많을수록 공부 시간은 줄어든다. 즉, 음의 상관관계이다.

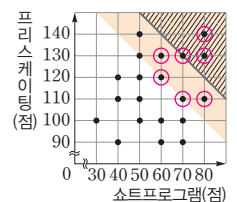
③ 겨울철 기온이 낮을수록 대체로 난방비는 높아진다. 즉, 음의 상관관계이다.

④ 예금액이 많으면 대체로 이자도 많아진다. 즉, 양의 상관관계이다.

⑤ 나이가 들수록 대체로 청력은 떨어진다. 즉, 음의 상관관계이다.

따라서 나머지 넷과 다른 것은 ④이다.

21 (1) 쇼트프로그램 점수가 60점 이상인 선수 중 프리스케이팅 점수가 110점 이상인 선수는 오른쪽 그림에서 ○표한 점과 같으므로 7명이다.



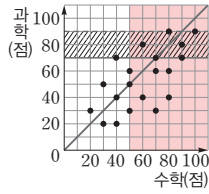
(2) 점수의 합이 180점 이상인 선수는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하는 점과 같으므로 9명이다.

$$\text{따라서 전체의 } \frac{9}{20} \times 100 = 45(\%) \text{이다.}$$

(3) 메달을 따려면 3등 이내에 들어야 하므로 위 그림에서 빗

금친 부분(경계선 포함)에 속해야 한다.
따라서 두 종목의 점수 합계는 200점 이상이어야 한다.

22 ② 수학 점수와 과학 점수가 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있는 점과 같으므로 3명이다.



③ 과학 점수보다 수학 점수가 더 높은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 아래쪽 부분에 있는 점과 같으므로 11명이다.

④ 수학 점수가 50점 이상인 학생은 위 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하는 점과 같으므로 14명이다.

즉, 전체의 $\frac{14}{20} \times 100 = 70(\%)$ 이다.

⑤ 과학 점수가 70점 이상 90점 미만인 학생은 위 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함, 점선은 포함하지 않음)에 있는 점과 같으므로 5명이고, 5명의 수학 점수는 40점, 60점, 70점, 90점, 90점이므로 평균은

$$\frac{40+60+70+90+90}{5} = \frac{350}{5} = 70(\text{점})$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

23 국어 점수가 60점 이상 80점 미만인 학생들의 영어 점수에 대한 도수분포표는 다음과 같다.

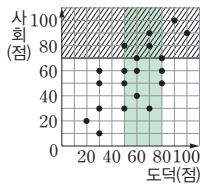
영어(점)	30	40	50	60	70	80	90	합계
도수(명)	1	1	1	2	1	1	1	8

$$\begin{aligned} \therefore (\text{평균}) &= \frac{30+40+50+60 \times 2+70+80+90}{8} \\ &= \frac{480}{8} = 60(\text{점}) \end{aligned}$$

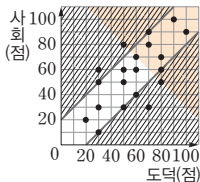
24 ⑤ 다섯 명의 학생 중 진단평가 성적이 가장 높은 학생은 소희이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

25 (1) 도덕 점수가 50점 이상 80점 이하인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하고, 사회 점수가 70점 이상인 학생은 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다.
따라서 구하는 학생은 5명이므로
전체의 $\frac{5}{20} \times 100 = 25(\%)$ 이다.



(2) 조건 (가)에서 9등 이내인 학생은 오른쪽 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속한다.

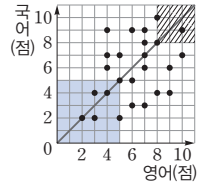


조건 (나)에서 두 과목의 점수 차가

20점 이상인 학생은 위의 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속한다.

따라서 (가), (나)를 모두 만족시키는 학생은 4명이다.

26 ㄱ. 두 과목의 점수가 같은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 위에 있는 점과 같으므로 5명이다.



따라서 전체의 $\frac{5}{25} \times 100 = 20(\%)$

ㄴ. 두 과목의 점수가 모두 5점 이하인 학생은 위 그림에서 색칠한 부분(경계선 포함)에 속하는 점과 같으므로 6명이고, 두 과목의 점수가 모두 8점 이상인 학생은 위 그림에서 빗금친 부분(경계선 포함)에 속하는 점과 같으므로 3명이다.

$$\therefore 6 \div 3 = 2(\text{배})$$

ㄷ. 두 과목 점수의 평균이 8점 이상, 즉 총점이 16점 이상인 학생들의 점수를 (영어 점수, 국어 점수)로 나타내면 (7, 9), (8, 8), (8, 10), (10, 7), (10, 9)

이므로 5명이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

27 (1) 두 과목의 평균이 상위 40% 이내인 학생은

$$25 \times \frac{40}{100} = 10(\text{명})$$

두 과목의 평균이 10등 이내인 학생의 점수를 (영어 점수, 수학 점수)로 나타내면

(60, 90), (70, 90), (70, 100), (80, 80), (90, 60), (90, 70), (90, 80), (90, 90), (100, 80), (100, 90)
이들 중 두 과목의 점수 차가 20점 이상인 학생의 점수는 (60, 90), (70, 90), (70, 100), (90, 60), (90, 70), (100, 80)이다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 학생은 6명이다.

(2) 두 조건을 모두 만족시키는 학생들의 영어 점수의 평균은

$$\frac{60+70 \times 2+90 \times 2+100}{6} = \frac{480}{6} = 80(\text{점})$$

28 주어진 표에서 과학 필기 점수와 실험 점수 사이에는 양의 상관관계가 있다.

①, ⑤ 음의 상관관계

② 상관관계가 없다.

따라서 양의 상관관계인 것은 ③, ④이다.

29 ① $2+A+2=7 \quad \therefore A=3$

$$1+2+B=5 \quad \therefore B=2$$

$$1+A+1=C \quad \therefore C=5$$

② 필기 점수와 실험 점수가 같은 학생은

$$1+2+A+1+1=1+2+3+1+1=8(\text{명})$$

③ 필기 점수보다 실험 점수가 더 높은 학생은 5명이므로

$$\text{전체의 } \frac{5}{20} \times 100 = 25(\%)$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

30 필기 점수와 실험 점수의 차가 2점 이상인 학생은 아래 표에서 어두운 부분에 속하므로 3명이다.

필기(점) 실험(점)	6	7	8	9	10	합계
10					1	1
9		1	1	1	2	5
8		2	3	2		7
7	1	2	1	2		6
6	1					1
합계	2	5	5	5	3	20

$$\therefore \frac{3}{20} \times 100 = 15(\%)$$

31 말하기 점수보다 듣기 점수가 높은 학생은 오른쪽 그림에서 대각선 아래쪽 부분의 점과 같다.

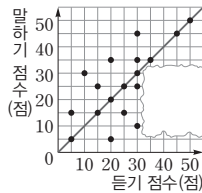
찢어진 부분에 2개의 점이 있으므로 2명의 학생의 듣기 점수를 각각 a 점, b 점($a \leq b$)이라 하면

듣기 점수의 평균이 30점이므로

$$\frac{20+25+30 \times 2+a+b}{6} = 30 \quad \therefore a+b=75$$

이때 찢어진 부분의 듣기 점수는 35점, 40점, 45점, 50점이므로

$$a=35, b=40 (\because a \leq b)$$



찢어진 부분에 있는 2명의 학생의 말하기 점수를 각각 c 점, d 점($c \leq d$)이라 하면

말하기 점수의 평균이 15점이므로

$$\frac{5+10+15+25+c+d}{6} = 15 \quad \therefore c+d=35$$

이때 찢어진 부분의 말하기 점수는 10점, 15점, 20점, 25점, 30점이므로

$$c=10, d=25 \text{ 또는 } c=15, d=20 (\because c \leq d)$$

따라서 (듣기 점수, 말하기 점수)로 나타내면

(35, 10)과 (40, 25),

(35, 25)와 (40, 10)

(35, 15)와 (40, 20),

(35, 20)과 (40, 15)

의 4가지이다.

32 학습시간을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9

제1사분위수는 3번째 변량인 3시간, 제3사분위수는 8번째 변량인 7시간이므로

$$\begin{aligned} (\text{사분위수 범위}) &= (\text{제3사분위수}) - (\text{제1사분위수}) \\ &= 7 - 3 = 4(\text{시간}) \end{aligned}$$

수면시간을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 10

제1사분위수는 3번째 변량인 5시간, 제3사분위수는 8번째 변량인 8시간이므로

$$\begin{aligned} (\text{사분위수 범위}) &= (\text{제3사분위수}) - (\text{제1사분위수}) \\ &= 8 - 5 = 3(\text{시간}) \end{aligned}$$

따라서 학습 시간과 수면 시간의 사분위수 범위의 차는

$$4 - 3 = 1(\text{시간})$$

